इकाई 13 आकार का मापन

इकाई की रूपरेखा

13.1 परिचय

उद्देश्य

13.2 आकार एवं विमाओं का सहज अनुमान

13.3 लम्बाई मापना

13.3.1 गैर–मानक इकाइयाँ

13.3.2 मानक इकाइयाँ

13.3.3 उप–इकाइयाँ व संयुक्त इकाइयाँ

13.4 क्षेत्रफल का मापन

13.5 आयतन नापना

13.6 धारिता बनाम आयतन

13.7 सारांश

13.8 अभ्यासों पर टिप्पणियाँ

13.1 परिचय

मापन एक ऐसा कौशल है जो प्रत्येक व्यक्ति के जीवन में आवश्यक है। हममें से प्रत्येक व्यक्ति को कुछ–न–कुछ मापना ही पड़ता है। हमें कुएँ से पानी खींचने के लिए रस्सी की माप की आवश्यकता पड़ सकती है, खिड़की–दरवाजों के लिए पर्दे के कपड़े की लम्बाई बतानी होती है, हमें भावी मकान के शयनकक्ष का आकार तय करना पड़ सकता है, आदि। इन सभी उदाहरणों में मापन का प्रत्यय सम्मिलित है। वास्तव में मापन का अर्थ होता है कि किसी वस्तु के आकार को मात्रात्मक रूप में व्यक्त करना। जब मात्र गुणात्मक विवरण से काम न चले तो हम किसी वस्तु की लम्बाई, क्षेत्रफल या आयतन दर्शाने के लिए उसे एक संख्या दे देते हैं। बच्चों को मापन की कई प्रणालियाँ सीखनी पड़ती हैं। इनमें लम्बाई, क्षेत्रफल, कोण और आयतन प्रारम्भिक विद्यालयी गणित में सम्मिलित हैं।

इस इकाई में आकार की एक सहज धारणा प्रस्तुत करने के बाद आकार के मापन के विभिन्न चरणों की चर्चा की गई है। हमने विशेष रूप से मापन के दौरान होने वाली त्रुटियों पर ध्यान दिया है। इस संदर्भ में देखा गया है कि कक्षा 5 व 6 के अधिकांश बच्चे, लम्बाई, क्षेत्रफल और आयतन को मापने का कुछ अभ्यास अपने विद्यालय में कर चुकने के बाद भी क्षेत्रफल और परिमिति तथा आयतन के बीच भेद नहीं कर पाते। बच्चे किसी रटे–रटाए सूत्र का उपयोग करके किसी ज्यामितीय आकृति का क्षेत्रफल निकाल लेते हैं, परन्तु उन्हें यह पता नहीं होता कि उन्होंने वास्तव में किस गुण का परिकलन किया है। वह यह नहीं समझा सकते कि एक वर्ग के क्षेत्रफल या किसी डिब्बे के आयतन का अर्थ क्या है? परिणाम यह होता है कि वे अपने ज्ञान का प्रयोग किसी नई परिस्थिति में करने में असमर्थ रहते हैं। उदाहरणार्थ–यदि उनसे किसी कमरे की चारों दीवारों पर प्लास्टर करने की लागत पता करने को कहा जाए, तो यह पूछेगे 'मैडम, मैं पहले क्षेत्रफल निकालूं या आयतन? आपको क्या लगता है, इस भ्रम का कारण क्या है? क्या आपने कभी ऐसी स्थिति का सामना किया है? आप सुधार के क्या उपाय सुझाएंगे? हम इस इकाई में ऐसे भ्रमों के कारणों पर भी चर्चा करेंगे।

हमने ऐसी कई गतिविधियाँ प्रस्तुत की है, जिनसे बच्चे लम्बाई, क्षेत्रफल व आयतन मापने के कौशल में दक्षता प्राप्त कर पाएंगे। इन बाल केन्द्रित विधियों से बच्चों को दो वस्तुओं के आकारों की रैखीय या स्थान संबंधी तुलना करने में मदद मिल सकेगी। यहाँ हमने विषम आकृतियों का क्षेत्रफल तथा ऐसी वस्तुओं का आयतन पता लगाने की विधियों पर भी ध्यान दिया है।

उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप–

- विभिन्न आकृतियों की वस्तुओं के आकार का सहज अनुमान लगाना समझ पाएंगे,
- दैनिक परिस्थितियों को लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन व धारिता जैसी ज्यामितीय अवधारणाओं से जोड़ पाएंगे,
- बच्चों को अपने आस–पास के स्थान का निरीक्षण करने में सक्षम बना पाएंगे,
- बच्चों को लम्बाई, क्षेत्रफल व आयतन की अवधारणाओं से परिचित कराने के लिए उपयुक्त विधि विकसित कर पाएंगे,
- अपने विद्यार्थियों की समझ का आकलन कर पाएंगे,
- अपनी शिक्षण–विधि के प्रभाव का आकलन कर पाएंगे।

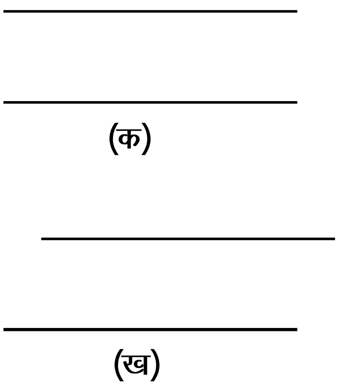
13.2 आकार एवं विमाओं का सहज अनुमान

बच्चों का अपने आस–पास के वातावरण में पहला अनुभव त्रिविमीय संरचनाओं के साथ होता है और प्रारम्भ में द्विविमीय आकृतियों को ठोस वस्तुओं की सतहों जैसे–घन, शंकु, बेलन, गोले, चौकोर डिब्बों आदि के रूप में जाना जाता है। त्रिविमीय वस्तुओं की तुलना उनके द्विविमीय चित्रण से करने पर बच्चे, विभिन्न द्विविमीय आकृतियों तथा इन वस्तुओं के विभिन्न गुणधर्मों से परिचित हो जाते है। जैसे बेलन के त्रिविमीय प्रारूप तथा द्विविमीय चित्र दोनों से बच्चे बेलन के विभिन्न भागों, जैसे–शीर्ष, तली, गोलाईदार सतह, ऊंचाई आदि के बारे में जानकारी प्राप्त कर लेते हैं। श्यामपट, डस्टर, पुस्तक, तार, छड़ी, धागा, कागज, चौकोर डिब्बा, आलमारी, बेलनाकार डिब्बे आदि वस्तुओं को उनकी विमाओं के अनुसार तीन समूहों में बांटने जैसी गतिविधियों से बच्चों को यह समझाने में मदद मिलती है कि एक–विमीय वस्तुओं के साथ केवल एक संख्या, लम्बाई आदि जुड़ी होती है, जबकि द्विविमीय वस्तुओं के साथ लम्बाई व चौड़ाई का संबंध होता है और त्रिविमीय वस्तुओं के साथ लम्बाई, चौड़ाई व ऊंचाई तीन विमाएं जुड़ी होती हैं। आकृतियों के साथ इस तरह के अनुभव के माध्यम से आकार संबंधी प्रश्न सामने आते हैं जो कि लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन की धारणाओं तथा उनके मापन की समझ विकसित करने के लिए आवश्यक हैं। आइए अब यह देखें कि कैसे कोई बच्चा किसी वस्तु के आकार की अवधारणा को समझकर, आकार के मापन की विधियां सीख सकता है?

क्या आपने कभी यह जानने का प्रयास किया है कि 9 वर्ष की कोई बच्ची किस स्तर तक किसी वस्तु के आकार के बारे में बात कर सकती है? चाहे सोच–समझकर या अनजाने में हो मगर कोई भी बच्ची वस्तुओं के आकार से संबंधित कई शब्दों का उपयोग करती है। परन्तु इस उम्र में क्या वह यह भी सही–सही तय कर पाती है कि उसके सिर से दो मीटर ऊपर लटके आम को तोड़ने के लिए कितनी बड़ी छड़ी चाहिए? क्या एक किलोग्राम दूध लाने के लिए वह सही बर्तन का चुनाव कर पाएगी? क्या वह सही आकार की कमीज खरीद पाएगी? क्या वह अपनी खिलौना कार को पैक करने के लिए सही

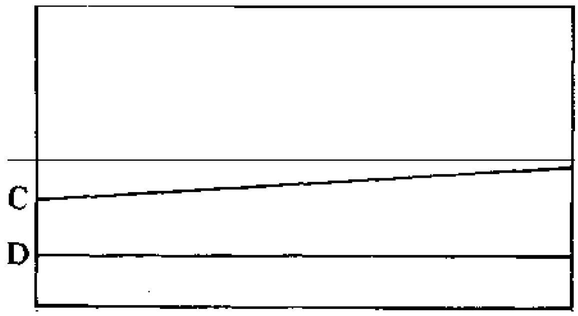
आकार का डिब्बा चुन पाएगी? इन सारी क्रियाओं में आकार की अवधारणा सम्मिलित है। एक बच्ची संभवतः दो पेंसिलों में से बड़ी वाली पेंसिल या दो पत्थरों में से ज्यादा वजनी पत्थर पता लगा ले। परन्तु उसे ऐसी दो वस्तुओं की तुलना करने में कठिनाई होगी जिनकी आकृति अलग–अलग हो या जिसकी विमाएँ एक से अधिक हों।

आपने अधिकांश घरों में छोटे बच्चों को मिठाई के बड़े भाग के लिए रोते देखा होगा। आपको संभवतः कभी यह देखकर आश्चर्य भी हुआ होगा कि दो साल की उम्र के छोटे बच्चे भी खाने की वस्तु के दो टुकड़ों के आकार की तुलना मात्र देखकर कर लेते हैं। परन्तु बड़े होने पर वे अपने इस अनुभव का लाभ दो वस्तुओं के क्षेत्रफल या आयतन की तुलना के लिए नहीं उठा पाते।



चित्र 1

दैनिक जीवन में बच्चे बड़ी, छोटी, लम्बी, मोटी, पतली, दुबली, भारी आदि शब्दों का प्रयोग वस्तुओं की विशेषताएँ बताने के लिए करते है। जैसे–कोई बच्ची कहेगी कि उसकी पेंसिल, बाबू की पेंसिल से लम्बी है जबकि वह खुद बाबू से छोटी है। उसे यह बताने में भी कोई समस्या नहीं होती कि कोई दो छड़ें बराबर हैं, जब तक कि उन्हें चित्र 1 (क) जैसी स्थिति में रखा गया हो। परन्तु यदि आप एक छड़ को उसके सामने ही थोड़ा आगे बढ़ा दें (देखें चित्र 1 ख), तो संभतः वह गलत उत्तर दे। कई बार बच्चे ऐसी रेखाओं को भी लम्बाई में बराबर मान लेते हैं, जो वास्तव में बराबर नहीं होती। यह बात विशेष तौर पर तब देखी जाती है जब ऐसी रेखाओं के एक तरफ के शीर्ष एक सीध में हों (देखे चित्र 2)।



चित्र 2

कई बच्चे C और D की लम्बाई बराबर मानते हैं।

E1) एक 9 वर्षीय बच्चे को आकार की अवधारणा सिखाने के लिए आप क्या प्रक्रिया सुझाएंगे? आप पहले किस तरह की वस्तुएं उसके समक्ष रखेंगे?

दो वस्तुओं के आकार की तुलना करना मापन का पहला चरण है।

आकार की तुलना कई तरह से की जा सकती है : 1) देखकर, 2) वस्तुओं को एक–दूसरे के ऊपर रखकर (**अध्यारोपण**), 3) परोक्ष तरीकों से, 4) गैर–मानक इकाइयों के उपयोग से, 5) मानक इकाइयों के उपयोग से। प्रारम्भ में हमें चौथी व पांचवी विधि पर चिन्तन की आवश्यकता नहीं है। हम प्रथम तीन विधियों का प्रयोग करके कई गतिविधियों के माध्यम से, बच्चों को किसी वस्तु के आकार की अवधारणा सिखा सकते हैं। यहां हम एक गतिविधि दे रहे हैं। यह गतिविधि मुझे पड़ोस के एक विद्यालय में देखने को मिली थी।

उदाहरण 1 : कक्षा 4 की अध्यापिका अपने साथ थैला भरकर विभिन्न प्रकार की वस्तुएं लेकर आई थी। उन्होंने सबसे पहले कक्षा को दो टोलियों में बांट दिया। एक टोली को उन्होंने अलग–अलग आकार की 10 पेंसिलें दे दीं और दूसरी टोली को एक पेन, एक पेंसिल, एक पैमाना, एक छड़, एक स्केच पेन, एक रबर आदि दे दिए। अब उन्होंने दोनों टोलियों से अपनी–अपनी वस्तुओं को लम्बाई के बढ़ते क्रम में रखने को कहा।

बच्चों ने यह काम आसानी से कर लिया। अब उन्होंने थैले में से दो गेदें निकालीं। उन्होंने पूरी कक्षा में चक्कर लगाकर 4–4, 5–5 की टोलियों में बच्चों को ये गेंदे दिखाकर पूछा कि कौन सी गेंद बड़ी है? कुछ टोलियों को छोड़कर बाकी सभी ने सही उत्तर दे दिया। अध्यापिका ने उन टोलियों के साथ बातचीत की और उनकी शंकाओं को दूर किया। इसके बाद उन्होंने कुछ बच्चों से दो–दो की जोड़े में खड़े होने को कहा और शेष बच्चों से यह बताने को कहा कि उनमें से कौन लम्बा है और कौन छोटा है? बच्चों को ऐसी गतिविधियां करने में आनन्द आया। उन्होंने बड़ी, छोटी, लम्बी, मोटी, पतली, चौड़ी, संकरी आदि अवधारणाएं समझाने के लिए इस तरह की कई गतिविधियां कीं। इस समय तक कालावधि समाप्त हो गया और उन्हें कक्षा छोड़नी पड़ी। मध्यावकाश के बाद अगले घण्टे में भी शिक्षिका ने आकार की तुलना की चर्चा को जारी रखा। वह आकार की तुलना वस्तुओं को एक के ऊपर एक रखकर **(अध्यारोपण द्वारा)** करवाना चाहती थीं।

उदाहरण 2 : उन्होंने सब बच्चों को दो फीते दिखाए – एक लाल और एक काला।

अध्यापिका : दोनों में से कौन–सा लम्बा है?

राजू : काला वाला ज्यादा लम्बा है।

रानी : नहीं मैडम। लाल वाला ज्यादा लम्बा है।

अध्यापिका : तो कैसे जांच करोगे कि कौन–सा ज्यादा लम्बा है?

मोहन : मैडम, हम एक फीतों को एक–दूसरे पर रखकर देखेंगे।

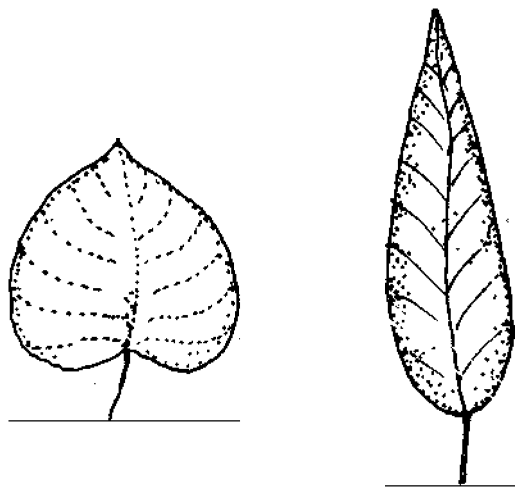
अध्यापिका : शाबाश!

फिर उन्होंने एक फीते को दूसरे के ऊपर रखकर पूरी कक्षा को दिखाया। बच्चों को यह बताते देर न लगी कि काला फीता अधिक लम्बा है। इसके बाद बच्चों ने चॉक, पेंसिल तथा अन्य उपलब्ध वस्तुओं को एक–दूसरे पर रखकर पता लगाया कि कौन–सी वस्तु ज्यादा लम्बी है। अध्यापिका अब त्रिविमीय वस्तुओं की ओर बढ़ी। उन्होंने माचिस की डिब्बियों का एक खम्भा बनाया और बच्चों से कहा कि वे भी माचिस की डिब्बियों से ऐसे ही खम्भे बनाएं। अब बच्चों ने सबसे बड़ा खम्भा ढूंढा और डिब्बियों की संख्या गिनकर अपनी बात की जांच की। अब शिक्षिका ने अपने थैले में से दो गेंदे निकाली और बच्चों से पूछा कि कौन–सी ज्यादा बड़ी है? बच्चों ने तुरन्त बता दिया। इसी प्रकार से जब उन्हें रानी और मोहन के पेंसिल बॉक्स दिखाए गए तो उन्हें यह बताते देर न लगी कि रानी का पेंसिल बॉक्स ज्यादा बड़ा है। बच्चों को इन सब गतिविधियों में आनन्द आ रहा था।

E2) क्या अवलोकन व अध्यारोपण बच्चों को आकार की तुलना में सदा मदद करते हैं? यदि नहीं, तो ये विधियाँ कब असफल होती हैं?

जब बच्चे वस्तुओं के आकार की तुलना रैखिक रूप में करने का अनुभव प्राप्त कर लें, तब उन्हें लम्बी व बड़ी के बीच का अन्तर समझाया जाना चाहिए। यह करने के लिए निम्नलिखित गतिविधि का प्रयोग किया जा सकता है।

उदाहरण 3 : दो पत्तियां लीजिए। जैसा कि चित्र 3 में दिखाया गया है, एक पत्ती अधिक लम्बी व दूसरी अधिक चौड़ी हो।



चित्र 3

उनसे पूछिए कि कौन–सी पत्ती अधिक बड़ी है? सामान्यतः बच्चे लम्बी पत्ती को बड़ी बताते हैं। परन्तु आप लम्बी पत्ती को चौड़ी पत्ती पर रखकर, अतिरिक्त भाग अर्थात् वह भाग जो चौड़ी पत्ती को नहीं ढंक रहा है, को काट लें। अब काटे गए हिस्से को चौड़ी पत्ती के छूटे हुए भाग पर रखकर दिखा सकते हैं। यदि इस तरह करने पर चौड़ी पत्ती पूरी तरह ढक जाए और लम्बी पत्ती का कुछ भाग फिर भी शेष रहे, तो लम्बी पत्ती अधिक बड़ी है। परन्तु यदि चौड़ी पत्ती को कुछ भाग शेष ही रह जाए तो चौड़ी पत्ती अधिक बड़ी है। इससे उन्हें क्षेत्रफल की अवधारणा का औपचारिक रूप में परिचय कराए बिना ही कुछ अनुमान हो जाएगा।

-------------X-------------

इसी प्रकार से निम्नलिखित गतिविधि के माध्यम से आयतन की अवधारणा भी अनौपचारिक रूप से बताई जा सकती है।

उदाहरण 4 : अलग–अलग आकृति के दो कांच के बर्तन दिखाकर बच्चों से पूछिए कि कौन–सा अधिक बड़ा है? यदि वे न बता सकें तो उनसे कहिए कि एक बर्तन को ऊपर तक पानी से भर दें और फिर इस पानी को दूसरे बर्तन में डालें। अब आप उनसे प्रश्न कर सकते हैं–कौन सा अधिक बड़ा है? किसमें अधिक पानी भरा गया? किसकी धारिता अधिक है? आदि।

E3) क्या यह आकार की तुलना की परोक्ष विधि है? क्या परोक्ष विधियाँ उपयोगी होती हैं?

इस इकाई के अगले भागों में हम चर्चा करेंगे कि लम्बाई, क्षेत्रफल व आयतन मापने में बच्चों के समक्ष क्या समस्याएँ आती हैं? हम यह भी देखेंगे कि इन समस्याओं से निपटने के लिए कौन–सी शिक्षण–विधियां अपनाई जा सकती हैं। चलिए, हम लम्बाई मापन से प्रारम्भ करते हैं।

13.3 लम्बाई मापना

कक्षा 6 व 7 के छात्रों की गणित की पहेली प्रतियोगिता में एक प्रश्न पूछा गया था : सेंटीमीटर में एक आदमी की ऊंचाई कितनी हो सकती है? जो आंकड़ा लिया गया था उसमें दशमलव बिन्दु स्पष्ट नहीं दिख रहा था, संख्या 1642 से.मी. दिख रही थी। दशमलव बिन्दु की सही जगह कहां होगी? हमें बहुत निराशा हुई कि 30 में से मात्र एक बच्चे ने सही उत्तर दिया था। बड़ी संख्या में छात्रों ने उत्तर 16.42 से.मी. लिखा था। एक अन्य अवसर पर एक विद्यालय में अध्यापक के चयन हेतु साक्षात्कार के दौरान उम्मीदवार से

एक प्रश्न किया गया कि क्या आप इस कमरे की अर्थात् जहां हम बैठे हैं, सन्निकट ऊंचाई बता सकते हैं? उम्मीदवार ने दीवारों की ओर देखा, कुछ समय तक अनुमान लगाया और बोला 'लगभग 20 मीटर होगी, सर।'

क्या उपर्युक्त बच्चों व अध्यापक उम्मीदवार को ऊंचाई की अवधारणा की समझ थी? आपको क्या लगता है?

मापन में अनुमान की भूमिका महत्वपूर्ण होती है। अनुमान वह प्रक्रिया है, जिसके माध्यम से बिना किसी उपकरण अथवा कागज–पेंसिल पर परिकलन किए, एक सन्निकट उत्तर प्राप्त किया जाता है। इसके माध्यम से माप की त्रुटियों को पहचानकर दूर भी किया जा सकता है यदि बच्चे के पास इतना अनुमान कौशल हो, जिससे वह इस प्रश्न का उत्तर खोज ले कि ' क्या मेरा उत्तर उचित लगता है?' अनुमान एक तरह से मापन ही है जो किसी जानी–पहचानी मानक या गैर–मानक इकाई के संदर्भ में मानसिक रूप से किया जाता है।

किसी वस्तु को मापने से पहले बच्चों को उसकी लम्बाई का अनुमान लगाने के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। तभी तो वे मापन में प्राप्त संख्या का अर्थ देख पाएँगे। यदि कोई बच्ची गलती से मीटर पैमाने को उलटा पकड़कर डिब्बे की लम्बाई मापने लगे जो 37 से.मी. ऊंची है, तो होगा यह कि वह 60 से.मी. का अंक पढ़कर आगे गिनने लगेगी, इकसठ, बासठ, तिरसठ आदि। परन्तु यदि उसने मापने से पहले अनुमान लगाया है कि डिब्बा लगभग 40 से.मी. ऊंचा है, तो वह संभवतः अपने मापन की जांच करके अपनी गलती पहचान लेगी।

E4) क्या आप एक खम्भे या किसी कमरे की ऊंचाई का अनुमान लगा सकते हैं? दो उदाहरण दीजिए कि आकार का अनुमान लगाने की क्षमता कैसे उपयोगी होती है?

किसी भी वस्तु को दो तरह से मापा जा सकता है : i) गैर–मानक इकाई द्वारा ii) मानक इकाई के उपयोग से। पहले मापन की गैर–मानक इकाइयों पर चर्चा करते हैं।

13.3.1 गैर–मानक इकाइयाँ

आपने देखा होगा कि हम सदैव मापन की मानक इकाइयों का प्रयोग नहीं करते। मानक इकाइयों का उपयोग करना–न–करना इस बात पर निर्भर है कि उस कार्य–विशेष में कितनी सटीकता की आवश्यकता है? जैसे, अपने लॉन के लिए खाद हम मुट्ठी से मापकर संतुष्ट हो जाते हैं। इसी प्रकार से घर के कई कामकाज में हम बित्त (हथेली का फैलाव) और कदम का प्रयोग कर लेते हैं।

परन्तु हम 11–12 साल के बच्चों को लम्बाई मापने की गैर–मानक इकाइयों की बात कैसे समझाएं? हम उनके सामने वास्तविक जीवन की कोई ऐसी स्थिति रख सकते हैं, जहां मापन की आवश्यकता पड़े। जैसे किसी कुंए से पानी खींचने के लिए रस्सी की लम्बाई पता करने की बात हो सकती है। बच्चों से पूछिए कि यदि पुरानी कमजोर रस्सी की जगह नई रस्सी लानी हो तो वे क्या करेंगे? वे रस्सी की सही लम्बाई कैसे पता करेंगे? हो सकता है कि आपको निम्नलिखित में से कोई उत्तर मिले :

1. मैं पुरानी रस्सी लेकर दुकान पर जाऊंगी और उतनी ही लम्बाई की दूसरी रस्सी ले आऊंगी।
2. मैं पुरानी रस्सी के बराबर एक धागा काट लूंगा और धागे को लेकर दुकान जाऊंगा।
3. मैं एक छड़ी से रस्सी को माप लूंगी और पता कर लूंगी कि रस्सी ''कितनी छड़ी'' लम्बाई की है। फिर छड़ी लेकर दुकान पर जाऊंगी।

4. मैं रस्सी को अपने कदम से नापकर पता लगाऊंगा कि रस्सी कितने 'कदम' लम्बी है।

5. मैं दुकानदार से एक रस्सी ले आऊंगी। यदि यह पानी तक नहीं पहुंची तो जाकर दूसरी थोड़ी लम्बी वाली ले आऊंगी।

6. पता नहीं, कैसे करेंगे।

उत्तर 2), 3) व 4) से पता चलता है कि बच्चे मापन की भौतिक इकाइयों का प्रयोग अवश्य करते हैं परन्तु उन्हें पता नहीं होता कि वे ऐसा कर रहे हैं। उन्हें विभिन्न भौतिक इकाइयों का प्रयोग करने का अभ्यास देने की आवश्यकता है। आप यह दिखा सकते हैं कि एक निश्चित आकार की छड़ी से लम्बाई कैसे मापें? प्रत्येक बच्चे से कहिए कि वह अपने आसपास की वस्तुओं की लम्बाई निम्नानुसार लिखें :

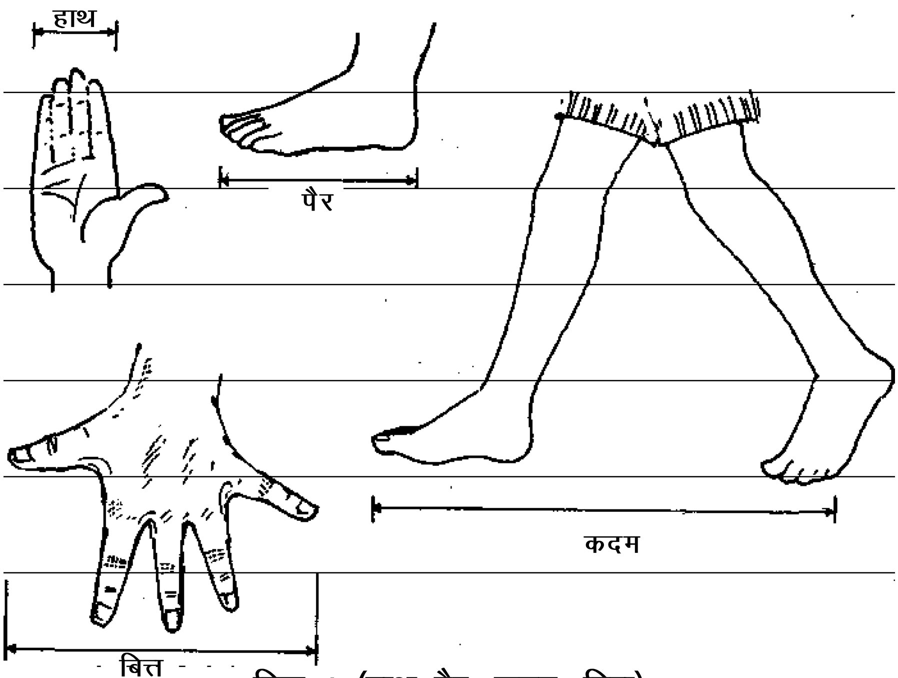
1. बेंच – 4 छड़ी, और थोड़ा और।

2. श्यामपट्ट – 3 छड़ी से थोड़ा कम।

3. बरामदा – 40 छड़ी।

उपर्युक्त तीनों उदाहरणों में छड़ी एक इकाई का काम कर रही है। ऐसी इकाइयाँ भौतिक इकाइयाँ हैं क्योंकि इन्हें देखा, छुआ व गिना जा सकता है। बच्चों को विभिन्न भौतिक इकाइयों से वस्तुओं की लम्बाई नापने का अभ्यास दिया जाना चाहिए। ये भौतिक इकाइयाँ माचिस की डिब्बी, पेंसिल, छड़ी, मोम के रंग आदि हो सकती हैं।

आप ऐसी गैर–मानक इकाइयाँ भी बता सकते हैं जो प्रत्येक बच्चे की व्यक्तिगत होती हैं, जैसे वित्त, कदम आदि। आप उन्हें बित्त, कदम, हाथ, आदि से मापना भी सिखा सकते हैं (देखें चित्र 4)। बच्चों को इन इकाइयों के प्रयोग का अवसर दिया जाना चाहिए। आप उन्हें दिखाकर समझा सकते हैं कि बित्त या पैर को जिस वस्तु की लम्बाई नापनी हो, उस पर किस तरह एक–के–बाद एक सटाकर रखते हैं (एक–दूसरे पर चढ़ाए बिना) और गिनते जाते हैं।



चित्र 4 (हाथ पैर, कदम, बित्त)

[?] प्रारम्भ में गैर–मानक इकाइयों से मापने से बच्चों को किस प्रकार की सहायता मिलती हैं?

इन गैर–मानक इकाइयों से नापने का अभ्यास बच्चों के लिए कई तरह से मददगार होता है

क) इन इकाइयों में मापने से बच्चों का परिचय सीधे ही रहस्यमय सेंटीमीटर जैसी अवधारणा से न होकर, जानी–पहचानी वस्तुओं के माध्यम से होता है। इस तरह से वे मापन के एक नए अनुभव के साथ–साथ एक सर्वथा नई शब्दावली के बोझ से बच जाते हैं।

ख) छोटे बच्चों के लिए मापन के प्रारम्भिक कार्य की दृष्टि से गैर–मानक इकाइयाँ अधिक उपयुक्त होती हैं। सेंटीमीटर बहुत छोटा है और हो सकता है कि मेज मापते समय या अपने दोस्त की ऊंचाई मापते समय उनकी दृष्टि में सेंटीमीटर की संख्या बहुत अधिक हो जाए और इसी कार्य के लिए मीटर स्पष्ट रूप से बहुत बड़ी इकाई है।

ग) गैर–मानक इकाइयों से मापने के अनुभव से बच्चों को यह संभावना भी दिखाई देगी कि जब मानक पैमाना न हो या पैमाना अनुपयुक्त हो, तब किसी विशेष कार्य के लिए पैमाने बनाए भी जा सकते हैं।

घ) गैर–मानक इकाई के प्रयोग के माध्यम से बच्चे मानक इकाई की आवश्यकता अनुभव कर पाएँगे, जैसे : जब वे यह देखेंगे कि वे मापते हैं तो कमरा 20 कदम लम्बा होता है और जब अध्यापक मापते हैं तो उसी कमरे की लम्बाई 10 कदम रह जाती है।

E5) इन गैर–मानक विधियों के आधार पर आप मानक इकाइयों का विचार कैसे प्रस्तुत करेंगे? आप बच्चों को कैसे विश्वास दिलाएंगे कि लम्बाई नापने में गैर मानक इकाइयां अपर्याप्त हैं?

यदि सभी बच्चे कई वस्तुओं की लम्बाई बित्त/कदम से मापें तो संभवतः उन्हें इस निष्कर्ष पर पहुंचने में मदद मिलेगी कि एक ही वस्तु को अलग–अलग व्यक्ति मापें तो ये इकाइयाँ अलग–अलग लम्बाई बताती हैं। इसको देखते हुए मापन की मानक इकाइयों का उपयोग आवश्यक हो जाता है।

13.3.2 मानक इकाइयाँ

कक्षा में मानक इकाई तभी बताई जानी चाहिए, जब स्वयं बच्चे ऐसी किसी इकाई की आवश्यकता अनुभव करने लगें। यदि पहली बार में ही अध्यापक श्यामपट्ट पर एक रेखा खण्ड खींचकर उसकी लम्बाई पैमाने से माप दें तो बच्चे यह समझ ही नहीं पाते कि सेंटीमीटर को मानक इकाई क्यों कहते हैं? इस संदर्भ में मैं आपको वह विधि बताना चाहूंगी जो मेरी एक दोस्त अपनी कक्षा में अपनाती है। वह प्राथमिक विद्यालय की अध्यापिका है।

उदाहरण 5 : अध्यापिका ने कुछ बच्चों को एक–एक करके अपनी मेज के पास बुलाकर उनसे मेज की लम्बाई बित्त में मापकर लिखने को कहा। फिर उन्होंने प्रत्येक बच्चे से उसका उत्तर पूछा।

मोहन : मैडम, लम्बाई 6 बित्त है।

रानी : नहीं मैडम, लम्बाई तो 7 बित्त है।

रवि : जी हां मैडम, 7 बित्त है।

रीता : मैडम, मोहन सही कह रहा है। लम्बाई 6 बित्त है।

इस तरह उन्होंने 2–3 और बच्चों से पूछा। उनके उत्तर भी 6–7 बित्त थे।

अध्यापिका : ठीक है। अब मैं नापती हूँ। अरे, यह तो 5 बित्त ही निकली।

रानी : मैडम, हमारे माप अलग–अलग क्यों आ रहे हैं?

अध्यापिका : क्या कोई रानी के प्रश्न का उत्तर दे सकता है?

मोहन : मैडम, माप अलग–अलग इसलिए हो सकते हैं क्योंकि मेरा हाथ रानी से बड़ा है और आपका हाथ मुझसे बड़ा है।

अध्यापिका : सही बात है। हम सबके बित्ते की लम्बाई अलग–अलग है। इसलिए अलग–अलग उत्तर आ रहे हैं। चलो एक काम करते हैं। मेरे पास यह एक छड़ी है। इससे मेज की लम्बाई नापते हैं।

फिर अध्यापिका ने कुछ अन्य बच्चों को बुलाया, जिन्हें पहली बार अवसर नहीं मिला था। उनसे मेज की लम्बाई छड़ी की मदद से नापने को कहा। प्रत्येक बच्चे ने लम्बाई नापकर 4 छड़ी बताई।

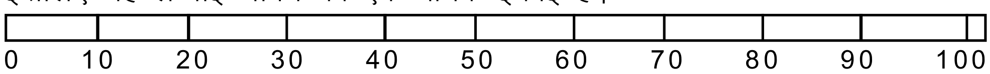
अध्यापिका : क्या तुम सब सहमत हो कि मेरी मेज की लम्बाई 4 छड़ी है?

सब बच्चे : जी मैडम।

अध्यापिका : इस समय क्या मैं इस छड़ी को नापने की मानक इकाई मान सकती हूं?

सब बच्चे : जी मैडम।

अध्यापिका काफी खुश थी कि बच्चे नापने में मानक इकाई की आवश्यकता को समझ गए हैं। फिर उसने उनका ध्यान कपड़े के व्यापारी की ओर दिलाया, जो कपड़ा नापता है। फिर उसने बच्चों से कहा कि उन्होंने देखा होगा कि कपड़ा नापने के लिए वह एक छड़ का प्रयोग करता है। इस छड़ को मीटर पैमाना कहते हैं। इस छड़ का प्रयोग सब जगह लम्बाई नापने के लिए किया जाता है। इसलिए इसे दुनिया भर के सब लोग अपनाते हैं। इसलिए यह लम्बाई नापने की एक मानक इकाई है।



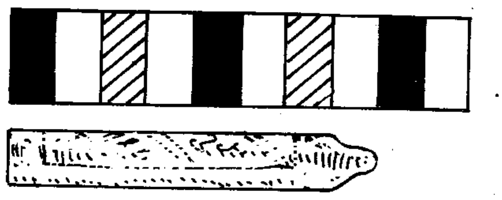
मीटर पैमाना

————————X————————

जैसा कि पहले वर्णन किया गया था, मापन एक ऐसा कौशल है, जिसे हर बच्चे को अपने अनुभव से सीखना होता है। इसलिए आवश्यक है कि हर बच्चे को पैमाना या मापन टेप का उपयोग करके मापने का अवसर मिले। अध्यापक को नापते देखकर उन्हें यह कौशल सीखने में कोई मदद नहीं मिलेगी। किसी भौतिक इकाई के प्रयोग और रूढ़िगत (मान्य) पैमाने के प्रयोग के बीच बच्चों को कई मध्यवर्ती अनुभवों की आवश्यकता होती है।

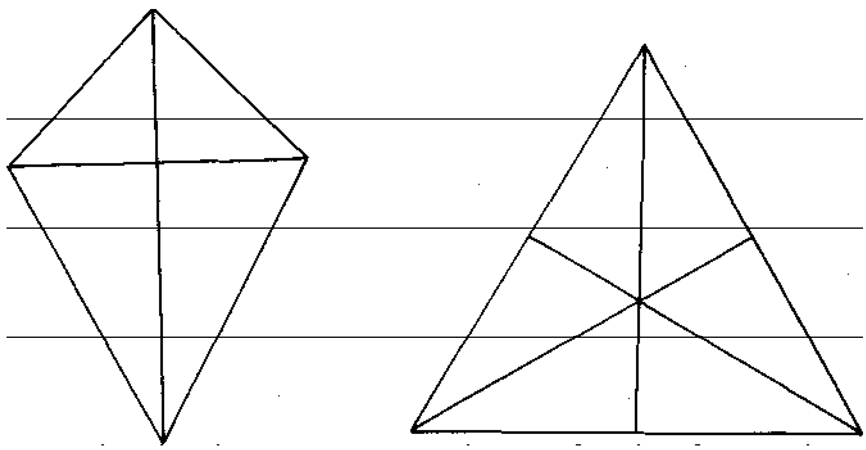
प्रत्येक बच्चा 10 सेंटीमीटर लम्बा एक पैमाना बना सकता है। इस काम के लिए कार्ड बोर्ड की पट्टी या किसी छड़ का प्रयोग किया जा सकता है। कार्ड बोर्ड की पट्टी या किसी छड़ का प्रयोग किया जा सकता है। कार्ड बोर्ड की पटटी को 1–1 सेंटीमीटर के 10 भागों में बांटा जा सकता है और हर भाग को अलग रंग से रंगा जा सकता है। ऐसे दो पैमानों को विभिन्न तरह से एक–दूसरे के ऊपर रखकर दिखाया जा सकता है कि सारे रंगीन भागों की चौड़ाई बराबर है। अध्यापक बच्चों को बता सकते हैं कि इस दूरी को 1

सेंटीमीटर कहते हैं। इस पैमाने पर कोई अंक नहीं लिखे हैं। प्रारम्भ में बच्चे ऐसी वस्तुओं की लम्बाई नाप सकते हैं जो 10 सेंटीमीटर से छोटी हों। इसके लिए वे पैमाने को उस वस्तु से सटाकर रखें और गिन लें कि पैमाने के कितनी रंगीन भाग उस वस्तु से सटे हैं।



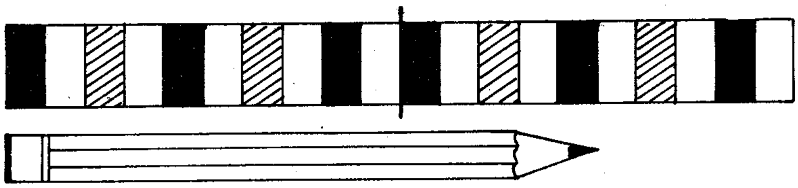
चित्र 5: क्रेयॉन 8 सें. मी. लम्बा है।

बच्चे अपने बनाए इस पैमाने का उपयोग अपने ही द्वारा बनाई गई सममित आकृतियों की सरल रेखाओं को नापने में भी कर सकते हैं (देखें चित्र 6)।



चित्र 6

इस प्रक्रिया में वे यह भी देख सकेंगे कि सममिति अक्ष के दोनों ओर रेखाओं की लम्बाई समान हैं। बच्चे इन पैमानों की श्रृंखला का उपयोग करके 10 सेंटीमीटर से लम्बी वस्तुएँ भी माप सकते हैं। चित्र 7 में दिखाए अनुसार किसी पेंसिल की लम्बाई मापते समय बच्चे (पहले पैमाने के लिए) पूरे दस गिनकर फिर अगले पैमाने के ग्यारह, बारह, तेरह, चौदह, पन्द्रह गिनें।



चित्र 7 : पेंसिल की लम्बाई 15 सें. मी. है।

इस प्रकार से बच्चे अपने आस–पास की कई वस्तुओं, जैसे डैस्क, कुर्सी, पुस्तक, पेंसिल बॉक्स आदि माप सकते हैं। उनसे अपने माप लिखने को भी कहा जा सकता है। आप माप लिखते समय उनसे कहें कि वे तालिका 1 में दिखाए अनुसार अपना अनुमान व माप दोनों लिखें और इनका अन्तर भी लिखें।

तालिका 1

वस्तु का नाम	अनुमान	माप	अन्तर
1.	18 सें.मी.	15 सें.मी.	3 सें.मी.
2.	25 सें.मी.	22 सें.मी.	3 सें.मी.
3.	10 सें.मी.	12 सें.मी.	2 सें.मी.

अध्यापक उन्हें यह भी बता सकते हैं कि सेंटीमीटर को संक्षेप में से.मी. भी लिखा जाता है। इससे उन्हें अपने माप लिखने में भी आसानी होगी।

जब एक अध्यापक ने ऐसा प्रयास किया तो उन्होंने देखा कि कई बच्चे अनुमान लिखने में झिझकते हैं, क्योंकि उन्हें लगता है कि उनके अनुमान तो 'गलत' ही होंगे। तो, वे करते यह थे कि अनुमान वाला कॉलम मापने के बाद भरते थे और अनुमान को या तो माप के एकदम बराबर या 1–2 सें.मी. कम–अधिक लिख देते थे।

E6) इस गतिविधि को कक्षा 4 के बच्चों के साथ करके देखिए कि आपको क्या प्रत्युत्तर मिलता है?

हमें चाहिए कि बच्चों को नाम का अनुमान लगाने को प्रोत्साहित करें क्योंकि इससे उन्हें यह जांच कर पाने का अवसर मिलेगा कि उनका परिणाम कितना तर्कसंगत है? अनुमान का आशय यह देखना नहीं है कि वे कितना अच्छा तुक्का मार पाते हैं। जैसे–जैसे वे आगे बढेंगे, गणित में अनुमान की भूमिका बढ़ती जाएगी। जैसे–संगणक (कैल्कुलेटर) का प्रयोग करते समय यह आवश्यक है कि आप संभावित उत्तर का एक अनुमान लगाकर रखें जिससे यदि गलती से कोई गलत बटन दब जाए, तो गलती अनदेखी न रहे।

जब बच्चे 10 सें.मी. लम्बे पैमाने के प्रयोग का काफी अनुभव ग्रहण कर चुकें, तब वे अपने बनाए मीटर पैमाने का उपयोग कर सकते हैं। यह पैमाना बनाने के लिए बच्चे एक समान मोटाई की किसी छड़ का उपयोग कर सकते हैं। पैमाना तैयार हो जाने पर बच्चे निम्नलिखित गतिविधि कर सकते हैं।

उदाहरण 6 : हर बच्चा जमीन पर एक मीटर की लम्बाई का चिह्न लगाए और फिर इसे पैर से मापे। हर बच्चे को अपने ही शरीर पर एक मीटर की ऊंचाई मापकर पता करने दीजिए कि एक मीटर कितनी ऊंचाई तक पहुंचता है। बच्चों को 1 मीटर की कूद कूदने को कहिए–पहले चिह्न लगाकर और फिर बिना चिह्न लगाए। ऐसी गतिविधियों से उन्हें 1 मीटर लम्बाई को अनुभव करने में सहायता मिलेगी।

उदाहरण 7 : बच्चों से कहिए कि वे अपनी कक्षा के कमरे या बरामदे की लम्बाई मीटर पैमाने से मापें। इसके लिए वे मीटर पैमाने को कमरे या बरामदे के किनारे से सटाकर क्रम से रखें अर्थात् जहां पैमाना खत्म समाप्त हो वहां चॉक या पेंसिल से चिह्न लगा दें और फिर पैमाने का एक सिरा इस चिह्न पर रखकर आगे बढ़ें। इस तरह बढ़ते हुए यह गिनते जाएं कि बरामदे या कमरे के दूसरे छोर पर पहुंचने में कितनी बार पैमाना रखा। बरामदे के अंत में जो अतिरिक्त लम्बाई बचे, जो मीटर पैमाने से कम हो, उसे छोड़ा जा सकता है। क्रम से जितनी बार मीटर पैमाना रखा गया, बरामदे की लम्बाई उस संख्या के बराबर मीटर में होगी। बच्चे इस लम्बाई को लिख लें। किए गए मापन को तालिका 2 के रूप में भी लिखा जा सकता है।

तालिका 2

वस्तु का नाम	अनुमान से लम्बाई	लम्बाई कितने मीटर से अधिक है	लम्बाई कितने मीटर से कम है	लम्बाई कितने मीटर के बराबर है
1.	5 मीटर	12 मीटर	13 मीटर	–
2.	7 मीटर	5 मीटर	6 मीटर	–
3.	1 मीटर	–	1 मीटर	–
4.	5 मीटर	–	–	6 मीटर

और क्यों न अब कुछ अभ्यास कर लिया जाए?

E7) आप एक मीटर पैमाना कैसे बनाएंगे? क्या आपको लगता है कि बच्चों के लिए यह उपयोगी है कि वे परम्परगत पैमाना प्रयोग करने से पहले इस तरह से बनाए गए पैमाने का प्रयोग करें?

E8) क्या आप कोई ऐसी गतिविधि सोच सकते हैं जिससे बच्चा, मीटर पैमाने का उपयोग किए बिना, एक मीटर लम्बाई माप सके?

E9) आप इस बात का मूल्यांकन कैसे करेंगे कि किसी बच्चे ने एक मीटर लम्बाई का अनुभव ग्रहण कर लिया है?

13.3.3 उप–इकाइयाँ और संयुक्त इकाइयाँ

बच्चे के मन में यह प्रश्न आना स्वाभाविक है कि यदि उसके पास केवल एक मीटर का पैमाना हो, तो ऐसी लम्बाई को कैसे नापेंगे जो एक मीटर से कम हो या एक मीटर से थोड़ी अधिक हो।

इस मामले में भी बच्चों के सामने वास्तविक जीवन की कोई ऐसी स्थिति रखनी होगी जहां उन्हें ऐसी छोटी इकाई की आवश्यकता अनुभव हो। 10–11 वर्ष के हर बच्चे से अपनी ऊंचाई नापने को कहा जा सकता है। वे देखेंगे कि वे 1 मीटर से अधिक लम्बे हैं मगर 2 मीटर से कम। परन्तु, कितना अधिक या कितना कम? वे तो बस इतना जानते हैं कि उनकी ऊंचाई 1 मीटर से थोड़ी अधिक है।

इस अवसर पर बच्चों के सामने कपड़ा नापने का फीता रखा जा सकता है, जिसे बोलचाल की भाषा में इंची टेप कहते हैं। उनसे पूछिए कि क्या उन्होंने ऐसी वस्तु कहीं देखी है और यह किस काम आती है? उनके साथ बातचीत कीजिए, ताकि वे स्वयं ही निम्नांकित तथ्य देख सकें :

1. कपड़ा सिलने वाले के पास सदैव ऐसी टेप रहती है।
2. कपड़ा सिलने वाला इनका उपयोग कपड़े मापने और माप के अनुसार कपड़े काटने के लिए करते हैं।
3. इस टेप का उपयोग कमीज व पैण्ट की लम्बाई नापने में भी किया जाता है।
4. टेप एक मीटर से ज्यादा लम्बी है।
5. टेप को लपेट कर रख सकते हैं और इसे लाने, ले जाने में आसानी रहती है।
6. इस पर 1, 2, 3,......................................180 के निशान लगे हैं।

7. मीटर पैमाने को इस टेप से नापें तो मीटर पैमाना 100 के निशान तक पहुंचता है।
8. टेप पर चिह्न सेंटीमीटर में हैं।
9. मीटर पैमाने की लम्बाई 100 सेंटीमीटर है।
10. 100 सेंटीमीटर का 1 मीटर होता है।
11. टेप को उपयोग से किसी भी वस्तु की लम्बाई मापी जा सकती है, चाहे वह लम्बाई 1 मीटर से कम हो या 1 मीटर से अधिक हो।

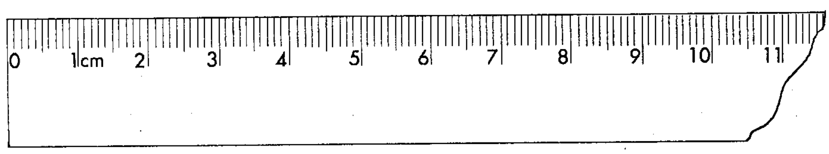
ऐसी छोटी इकाइयों की आवश्यकता को स्पष्ट करने के लिए रुपए और पैसे का उदाहरण दिया जा सकता है। यह जांचने के लिए कि बच्चे मीटर और सेंटीमीटर का आपसी संबंध समझ गए हैं, उन्हें कई सारे मौखिक प्रश्न भी दिए जा सकते हैं। जैसे–

1. एक छड़ मीटर पैमाने से 20 सें.मी. छोटी है। इसकी लम्बाई कितनी है?
2. कमीज का एक कपड़ा मीटर पैमाने से 30 सें.मी. ज्यादा है। यह कितना लम्बा है?
3. 1 मीटर 10 सें.मी. अधिक लम्बा है या 110 सें.मी.?
4. निम्नलिखित वस्तुओं में से कौन सी वस्तुएँ 1 से.मी. से कम लम्बाई की होंगी?

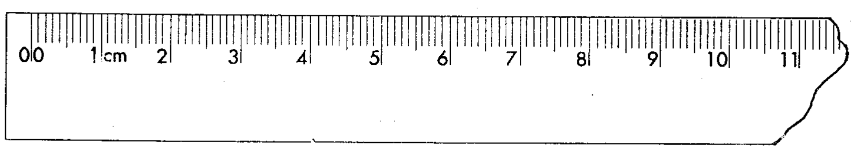
5- i) माचिस की तीली ii) जीरा iii) टूथ ब्रश iv) तुम्हारे बाल की मोटाई

E10)लम्बाई नापने की एक इकाई के रूप में आप मिलीमीटर से बच्चों का परिचय कैसे कराएंगे?

अपने बनाए पैमाने और मीटर पैमाने के साथ काफी अभ्यास के बाद बच्चों को सामान्य 15 सें.मी. वाले पैमाने से परिचित कराया जा सकता है। इस पर चिह्न लगे होते हैं तथा ये चिह्न सें.मी. के होते हैं। बच्चों को प्रायः नापते समय पैमाने को सही रखने में कठिनाई होती है। बाजार में मिलने वाले कई पैमानों में चिह्न एकदम सिरे से लगे होते हैं। (देखें चित्र 8 क) परन्तु कुछ पैमानों में दोनों सिरों से थोड़ा स्थान छोड़कर चिह्न लगे होते हैं (देखें चित्र 8 ख)।



चित्र 8 (क)



चित्र 8 (ख)

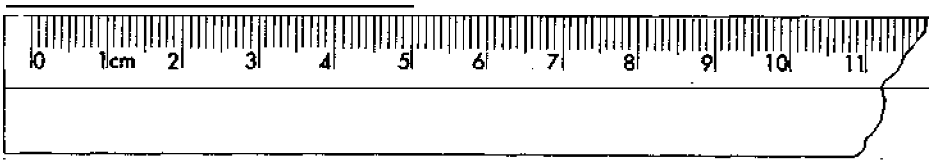
इन पैमानों का उपयोग करते समय बच्चे सामान्यतः जो गलतियाँ करते हैं, वे हैं,

- वे मापन, शून्य से प्रारम्भ करने की सावधानी नहीं बरतते।

- वे पैमाने के एक सिरे को वस्तु के सिरे की सीध में रख लेते हैं। ऐसा करते हुए वे यह ध्यान नहीं रखते कि पैमाने पर शून्य का चिह्न कहां है? (देखें चित्र 9 क)। वे तब भी ऐसा ही करते हैं जब पैमाने का सिरा टूट–फूट गया हो और शून्य दिखाई ही नहीं देता। इसी कारण जो उत्तर आता है वह वास्तविक लम्बाई से कम होता है।

चित्र 9 (क)

- कई बच्चे रेखाखण्ड के सिरे को पैमाने पर लगे '।' के चिह्न की सीध में रखते हैं (चित्र 9 ख)

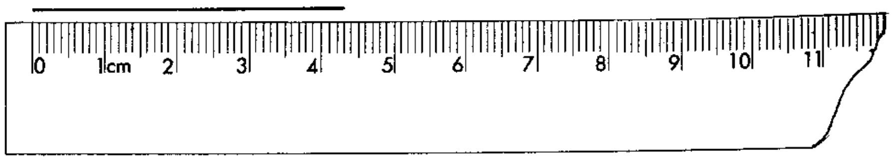


चित्र 9 (ख)

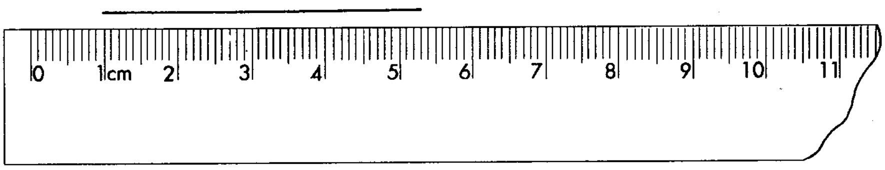
परन्तु मापते समय इस बात का ध्यान नहीं रखते कि यदि वह शून्य के अलावा किसी भी चिह्न से मापना प्रारम्भ करते हैं तो इस बात का ध्यान रखते हुए ही उन्हें अपना माप लिखना चाहिए। परिणाम यह होता है कि उनका परिणाम वास्तविक लम्बाई से 1 सें.मी. या उससे भी अधिक आता है। पैमाने को सही–सही रखने के लिए कुछ पूर्व कौशल आवश्यक हैं। अपने अध्यापक या किसी और को नापते देखने से बच्चों को नापने का अनुभव नहीं मिलता। उन्हें यह अनुभव स्वयं करके ही प्राप्त करना होगा, परन्तु कुछ भी नापना प्रारम्भ करने से पहले आवश्यक होगा कि उन्हें पैमाना प्रयोग करने की सही विधि सिखानी जाए। सिखाते समय उनके द्वारा आमतौर से की जाने वाली सारी त्रुटियों को ध्यान में रखना होगा।

[?] लम्बाई मापने के लिए किसी भी पैमाने का सही उपयोग करने में आप बच्चों की मदद कैसे करेंगे?

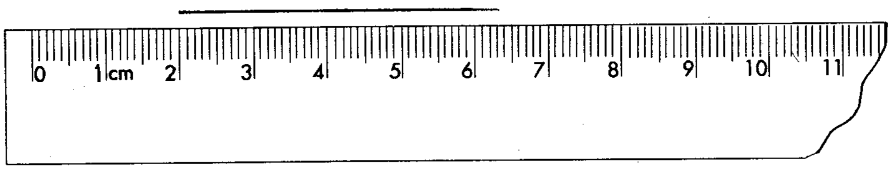
पहले आप उन्हें यह दिखा सकते हैं कि 3 सें.मी., 4 सें.मी. या फिर 10 सें.मी. आदि की वस्तुओं/रेखाखण्डों की लम्बाई कैसे मापी जाती है? इसके लिए आप सारे उपलब्ध पैमानों का प्रयोग कर सकते हैं। आप उन्हें दिखा सकते हैं कि पैमाने को किसी भी स्थिति में रखें, रेखाखण्ड की लम्बाई 6 सें.मी. है, तो 6 सें.मी. ही रहेगी। इसके बाद उन्हें अनुमान लगाने दें कि कोई वस्तु/रेखाखण्ड 4 सें.मी. व 5 सें.मी. के बीच की लम्बाई का है, तब आप उन्हें दिखाइए कि इसे कैसे मापेंगे? आप उन्हें दिखाइए कि 4.3 सें.मी. लम्बाई के किसी रेखाखण्ड को मापते समय पैमाने को कैसे पढ़ा जाता है? विभिन्न स्थितियों में पैमाना रखकर यह बात स्पष्ट कीजिए (देखें चित्र 10 क, ख, ग)।



चित्र 10 (क)



चित्र 10 (ख)



चित्र 10 (ग)

प्रारम्भ में बच्चों को कोई भी वस्तु मापने को कहा जा सकता है या एक निश्चित लम्बाई की कागज की पट्टियाँ या धागे के टुकड़े काटने को कहा जा सकता है। हर बच्चा अपनी पट्टी या धागे की तुलना अपने साथी की पट्टी या धागे से करके पता करे कि क्या उसने लम्बाई सही मापी थी या नहीं? आप भी उनकी पट्टियों की जांच कर सकते हैं। जब आप बच्चों के प्रदर्शन से संतुष्ट हो जाएं, तो उनसे एक निश्चित लम्बाई की रेखा बनाने या पैमाने से किसी रेखाखण्ड की लम्बाई मापने को कह सकते हैं।

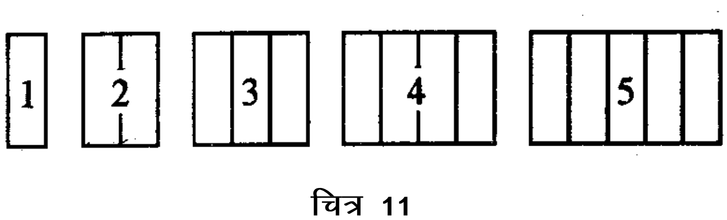
E11)आप अपनी कक्षा में इस बात का मूल्यांकन कैसे करेंगे कि बच्चों ने लम्बाई मापने की दक्षता हासिल कर ली है?

मापन के उपयुक्त साधन (उपकरण) का चुनाव भी एक ऐसा कौशल है जो बच्चे को सीखना ही होगा। उसे दिए गए कार्य को सम्पन्न करने के लिए उपलब्ध साधनों में से सबसे उपयुक्त साधन का चुनाव करना आना चाहिए। इस संदर्भ में निम्नलिखित गतिविधि सहायक हो सकती है।

उदाहरण 8 : बच्चों को एक इंची टेप, एक मीटर पैमाना, एक 30 सें.मी. का पैमाना, और 15 सेंटीमीटर का पैमाना दे दीजिए। उन्हें टोलियों में चर्चा करके पता लगाने दीजिए कि क्यों इनमें से कुछ साधन, कुछ लम्बाइयों को नापने के लिए उपयुक्त नहीं होते? (जैसे 15 सें.मी. वाला पैमाना बरामदा नापने के लिए उचित नहीं है।) वे किसी कॉपी, बेंच, पेंसिल, अपनी ऊंगली, बरामदे या किसी चौकोर खम्भे के आसपास की लम्बाई नापें। बच्चों को तय करने दीजिए कि कौन सी लम्बाई नापने के लिए कौन–सा पैमाना उपयुक्त रहेगा और क्यों?

————————X————————

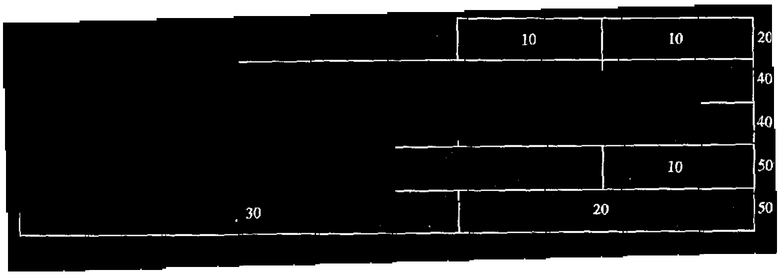
उदाहरण 9 : बच्चों को समान चौड़ाई की परन्तु 1 सें.मी. से 10 सें.मी. लम्बाई की अलग–अलग कागज की पट्टियाँ बनाने को कहिए। वे हर पट्टी पर उसकी लम्बाई भी लिखें (देखिए चित्र 11)।



चित्र 11

उनसे 10 सें.मी., 20 सें.मी., 30 सें.मी. (अर्थात् लम्बाई 10 सें.मी. की गुणज) की कागज की

10 पट्टियाँ बनवाइए। अब आप बड़ी लम्बाई वाली कुछ पट्टियों को फर्श पर बिछा दें और बच्चों से कहें कि वे इन्हें छोटी वाली पट्टियों से ढंके। ढंकने का काम इस तरह से करें ताकि छोटी पट्टियां कम से कम लगें (देखिए चित्र 12)।



चित्र 12

------------X------------

मापन के लिए उपयुक्त साधन के चयन से एक लाभ यह भी होता है कि मापन में होने वाली त्रुटियाँ कम हो जाती हैं। परन्तु एक बात जो हमें याद रखनी चाहिए, वह यह है कि कोई भी मापन एकदम सटीक नहीं होता। मापन का उचित उपकरण अधिक उचित सन्निकटन देगा। एक उपकरण हमें बताता है कि कोई लम्बाई 43 और 44 सें.मी. के बीच है जबकि कोई अन्य उपकरण हमें बता सकता है कि वही लम्बाई 43.3 और 43.4 सें. मी. के बीच है।

गलत माप मिलने या मापन में त्रुटि होने के कई कारण हो सकते हैं। यहाँ हम कुछ कारण दे रहे हैं।

1) निर्माण के समय मापन यंत्र में रह गई कोई कमी।

2) चिन्हित करते समय मापन यंत्र में रह गई कोई कमी।

3) मापन यंत्र का उपयोग करने वाले व्यक्ति द्वारा माप का सन्निकटन अपने ढंग से किया जाना।

4) माप पढ़ने में गलती।

5) मापते समय यंत्र को रखने में गलती।

6) एक ही यंत्र से एक ही वस्तु को दो व्यक्ति मापें तो भी माप अलग–अलग आ सकते हैं।

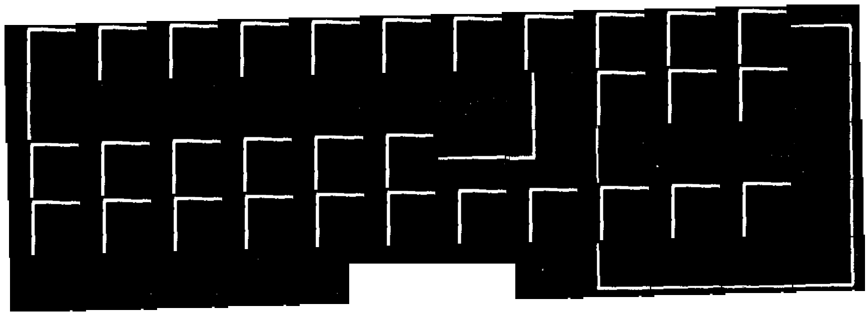
E12)क्या आप बता सकते हैं कि ये त्रुटियाँ कैसे होती हैं? इनसे निपटने के लिए आप क्या उपाय सुझाएंगे? लम्बाई नापने के लिए आप किस तरह से पैमाना प्रयोग करना चाहेंगे?

अभी तक हमने आकार के एक माप अर्थात् लम्बाई की चर्चा की। आइए, अब हम आकार के अन्य मापों के समय आने वाली समस्याओं पर चर्चा करते हैं।

13.4 क्षेत्रफल का मापन

एक दिन मैं अपनी बहन के घर गई थी। मेरा भान्जा रवि बरामदे में कागज के दो टुकड़े हाथ में लिए बैठा था। वह कक्षा 6 में पढ़ता है। वह थोड़ा परेशान दिखाई दे रहा था। पूछने पर उसने बताया कि उसकी अध्यापिका ने उसे कागज के दो दुकड़े दिए हैं–एक

आयताकार है और एक वर्गाकार। उसे यह पता करना है कि इनमें से अधिक बड़ा कौन सा है (देखें चित्र 13)।



चित्र 13

रवि ने बताया, 'कक्षा में हमारी अध्यापिका ने हमें ऐसी ही अलग–अलग आकृति की पट्टियाँ दिखाई थीं और कुछ चित्र श्यामपट्ट पर भी बनाए थे। उन्होंने कोई सूत्र भी समझाया था और वे कभी आयत को बड़ा बताती थीं तो कभी वर्ग को परन्तु मुझे कुछ समझ नहीं आया।' मैंने रवि की मदद करने का निश्चय किया और मैं निम्नानुसार आगे बढ़ी।

उदाहरण 10 : मैंने उसे कागज के दो टुकड़े दिखाए। इनमें से एक स्पष्ट रूप से दूसरे से बड़ा था।

मैं : थोड़ी देर के लिए तुम अपने कागजों को भूल जाओ और बताओ कि इन दोनों कागजों में से कौन सा छोटा है?

रवि को छोटा वाला कागज पहचानने में देर नहीं लगी।

मैं : तुम कैसे कह सकते हो कि यह छोटा है?

रवि ने तुरन्त दोनों कागज लिए और एक के ऊपर दूसरा रख दिया।

रवि : देखो यह वाला बड़े वाले कागज के ऊपर रखने पर पूरा आराम से आ जाता है। तो यह आकार में छोटा हुआ न।

मैं : आकार में छोटा! आकार से तुम्हारा क्या अभिप्राय है?

रवि : (थोड़ा सोचने के बाद), आकार का अर्थ .... पता नहीं।

मैं : चलो मैं तुम्हें समझाती हूं।

मैंने कागज के दोनों टुकड़ों को एक कागज पर रखकर पेंसिल से उनकी रूपरेखा बना दी। (देखें चित्र 14)। मैंने थोड़ी देर उससे बातचीत की, उससे कुछ प्रश्न किए और उससे यह कहलवा लिया कि ये दोनों बंद समतल आकृतियाँ हैं।

चित्र 14

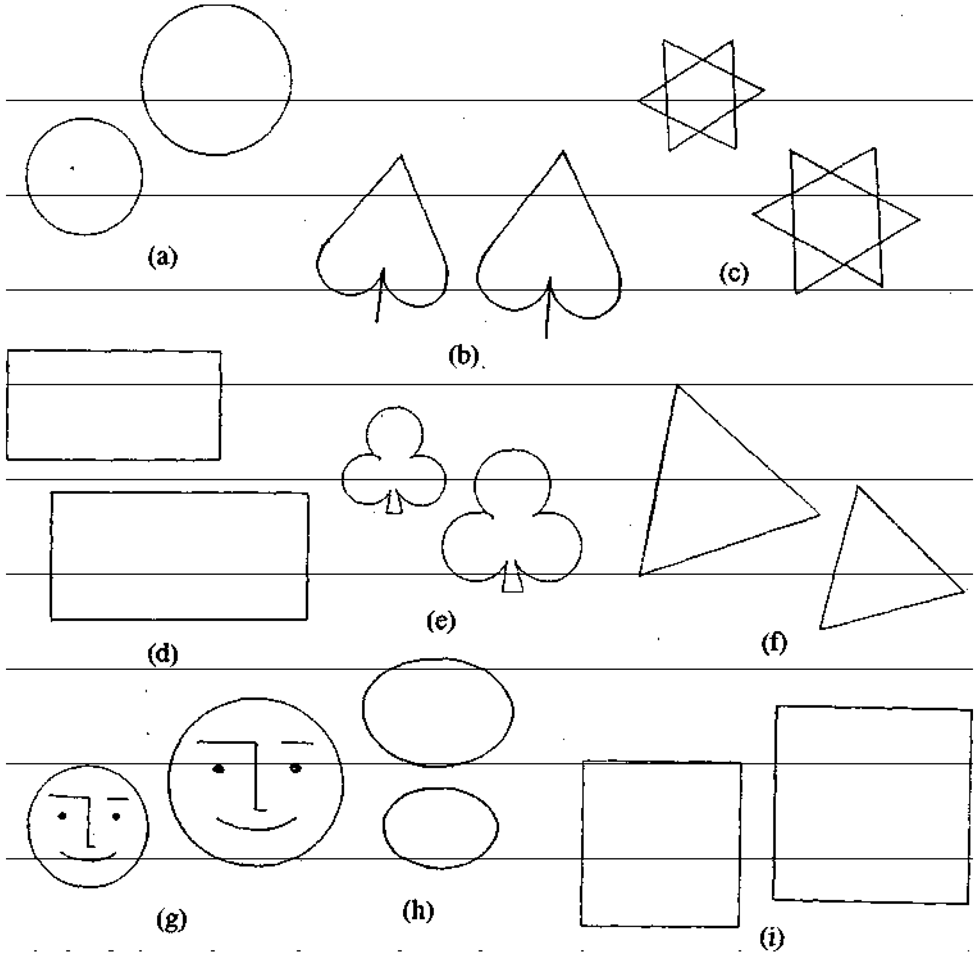
मैं : देखो इन आकृतियों का विस्तार की इनका आकार है। ये कागज पर जितनी फैली हुई हैं अर्थात् इन आकृतियों के अंदर जितना कागज या तल है वही इनका आकार है।

क्या अब तुम बता सकते हो कि इन आकृतियों का क्षेत्रफल क्या है?

रवि : आ .... मेरे हिसाब से आकार और क्षेत्रफल एक ही बात है।

मैं : शाबाश ! इसका क्षेत्रफल वही है जो इसका विस्तार या आकार है।

इसके बाद मैंने उसे इसी तरह की और आकृतियाँ दिखाई (देखें चित्र 15)। मगर इस बार मैंने अपनी शब्दावली बदल दी। मैंने उससे पूछा, 'प्रत्येक जोड़ी में किस आकृति का क्षेत्रफल ज्यादा है?



चित्र 15

इस प्रक्रिया में मैंने आकृतियों के आकार/क्षेत्रफल से संबंधित सारी शब्दावली को दोहरा दिया। जैसे कि,

i) इस जोड़ी में कौन–सी आकृति बड़ी है?

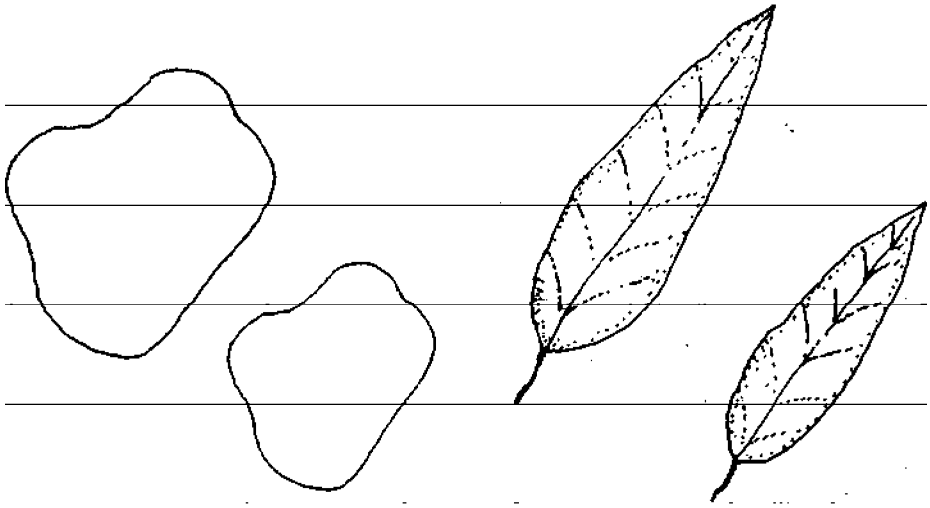
ii) किसका आकार ज्यादा बड़ा है?

iii) कौन–सी आकृति कागज के अधिक बड़े भाग को ढंके या घेरे हुए है?

iv) किसका फैलाव (विस्तार) अधिक है?

v) किसका क्षेत्रफल अधिक है?

रवि को हर बार सही उत्तर देने में कोई समस्या नहीं हुई। फिर मैंने उससे 100 रुपए के नोट और 20 रुपए के नोट के आकार की तुलना करने को कहा। इसी प्रकार से दो एक जैसी असमान आकृतियों और दो एक जैसी दिखने वाली पत्तियों के आकार की तुलना भी करवाई (देखें चित्र 16)।

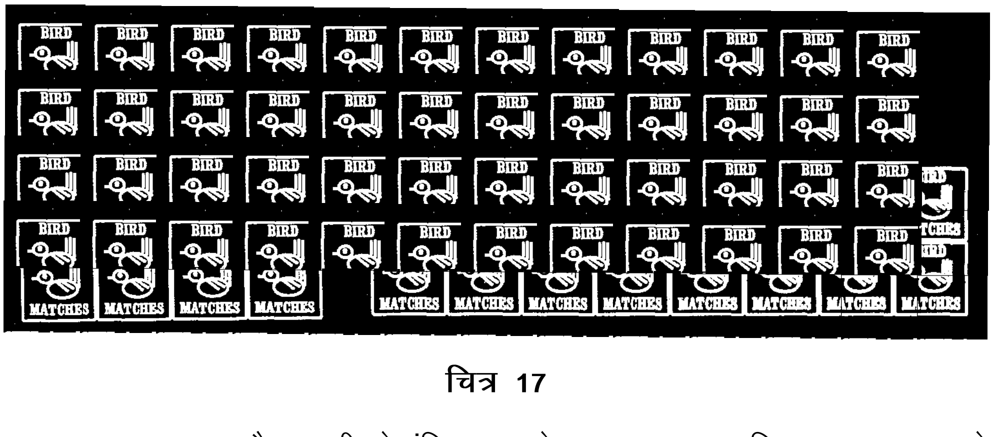


चित्र 16

मैं देखती रही कि उसने पहले दो नोटों को एक–दूसरे पर रखा, फिर दोनों आकृतियों को एक–दूसरे पर रखा और फिर दोनों पत्तियों को एक–दूसरे पर रख कर देखा। उसे यह तय करने में कोई कठिनाई नहीं हुई कि कौन–सी वस्तु बड़ी है।

अब मैंने निश्चित किया कि उसको दिए वर्गाकार और आयताकार कागजों पर लौटना चाहिए। जिनको लेकर वह परेशान हो रहा था (देखें चित्र 13)। रवि ने कागज के उन दोनों टुकड़ों को देखा। उसने एक को दूसरे पर रखकर देखा मगर फिर भी परेशान ही था। वह तय नहीं कर पा रहा था कि कौन–सा बड़ा है। उसकी मदद करने के विचार से मैंने सोचा कि उसके पास जो तरह–तरह के चित्रों का संग्रह है, क्यों न उनका प्रयोग किया जाए?

मैंने उससे कहा कि उस संग्रह में से कुछ ऐसे आयताकार या वर्गाकार चित्र ले लें, जो एक ही आकार के हों। रवि ने यह काम तुरन्त कर लिया। अब मैंने उसके दोनों कागज के टुकड़ों को फर्श पर रख दिया और उन पर ये चित्र एक–एक करके रखने प्रारम्भ किए। मैंने सावधानी यह रखी कि दो चित्रों के बीच में कोई रिक्त स्थान न रहे, और न ही ये एक–दूसरे पर चढ़े हों (देखें चित्र 17)। रवि ने भी इस काम में मेरी मदद की।



चित्र 17

वह मुस्कुरा रहा था और काफी रोमांचित था। ऐसा लग रहा था कि वह उस बात को समझ चुका था, जो मैं उसे बताने का प्रयास कर रही थी। इससे पहले कि मैं उससे कोई प्रश्न पूछूँ, वह चीख पड़ा।

रवि : आण्टी, ये दोनों कागज बराबर आकार के हैं।

मैं : तुम्हें कैसे पता चला?

रवि : मैंने दोनों कागजों पर रखे चित्र गिन लिए हैं। ये बराबर हैं।

मैं : शाबाश! अर्थात् हम कह सकते हैं कि इन दोनों कागजों का क्षेत्रफल बराबर है।

इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि दो बंद, समतल आकृतियों के आकार/क्षेत्रफल की तुलना करने के लिए हम उन्हें एक ही आकार की छोटी इकाइयों से भर दें। ध्यान यह रखना पड़ेगा कि इनके बीच कोई जगह न छूटे और ये एक–दूसरे पर न चढ़ें। तब जिस आकृति के अन्दर अधिक इकाइयाँ भरी होंगी, वह आकृति बड़ी है। सामान्यतः हम छोटी इकाइयाँ वर्गाकार लेते हैं, जैसे यहाँ हमने तुम्हारे माचिस की डिब्बियों वाले चित्र लिए। ऐसा इसलिए करते हैं क्योंकि साधारण तौर पर हमारा सामना जिन आकृतियों से होता है उनके अंदर के तल को इन वर्गों से भरा जा सकता है। अर्थात् ये वर्ग क्षेत्रफल नापने की इकाई बन जाते हैं। परन्तु किसी जगह को भरने के लिए हम जिस भी किसी आकृति का उपयोग करेंगे, वही मापन का साधन बन जाएगी। जैसे तुम किसी बड़े त्रिकोणों से भर सकते हो। इस मामले में तुम्हारी मापन की इकाई ये छोटे–छोटे त्रिकोण बन जाएंगे। रवि खुश था। उसे यह गतिविधि करने में आनन्द आया था।

------------X------------

यह गतिविधि काफी आसानी से की जा सकती है और इससे बच्चे को यह समझने में सहायता मिलती है कि किसी आकृति में जितने अधिक छोटे टुकड़े समाते हैं, उसका क्षेत्रफल उतना ही अधिक होता है। उन्हें यह भी समझने में मदद मिलती है कि यदि आप किसी समतल आकृति के आकार को बदल दें, तो भी उसका क्षेत्रफल वही रहता है। एक बराबर संख्या में एक ही आकार के टुकड़ों से आदमी, औरत, चिड़िया, पशु आदि की आकृतियाँ बनाई जा सकती हैं। इससे बच्चों को यह समझने में मदद मिलेगी कि आकृतियाँ अलग–अलग होने पर भी क्षेत्रफल बराबर हो सकता है।

E13)अध्यापिका द्वारा दिए गए दो कागजों में से कौन–सा बड़ा है, यह पता लगाने में रवि की मदद के लिए आप क्या विधि अपनाते?

E14)एक ऐसी गतिविधि आयोजित कीजिए जिससे बच्चों को यह समझने में सहायता मिले कि अलग–अलग आकृतियों का क्षेत्रफल बराबर भी हो सकता है।

जब बच्चे यह समझ जाएंगे कि किसी भी समतल आकृति कर विस्तार ही उसका क्षेत्रफल होता है और वे दो सम आकृतियों की तुलना उन पर कोई जानी–पहचानी छोटी इकाई रखकर करने लगेंगे तो शीघ्र ही उन्हें भी समझ जाएगा कि समतल आकृतियों को भरने के लिए जब हम अलग–अलग छोटी इकाइयों का प्रयोग करते हैं, तो हमें उसी अनुसार अलग–अलग क्षेत्रफल मिलता है। तब वे स्वाभाविक रूप से यह प्रश्न करेंगे कि जिस तरह हम पेंसिल, मेज, कमरे आदि की लम्बाई को व्यक्त करते हैं, वैसे क्षेत्रफल को कैसे व्यक्त करें? इस वक्त उनका परिचय क्षेत्रफल मापने की इकाई से कराया जाना चाहिए। आइए देखें कि वह विधि जो अधिकतर विद्यालयों में अपनायी जाती है, इसे करने पर क्या कठिनाइयाँ सामने आती हैं? और इसमें सुधार लाने के कुछ सुझावों पर भी हम ध्यान देंगे।

अधिकांश बच्चे काफी मशीनी ढंग से सूत्र का प्रयोग करके क्षेत्रफल का परिकलन करते हैं। ऐसा करते हुए वे यह नहीं समझ पाते कि वे क्या कर रहे हैं या क्यों कर रहे हैं? परिणाम यह होता है कि, वास्तविक परिस्थिति में जहाँ उन्हें परिमिति निकालनी होती है, वे क्षेत्रफल निकाल बैठते हैं। यहाँ हम एक गतिविधि सुझा रहे हैं जिससे बच्चों को यह समझने में मदद मिलेगी कि किसी आयत का क्षेत्रफल, लम्बाई×चौड़ाई क्यों होता है? तथा इसे वर्ग सेंटीमीटर आदि में व्यक्त क्यों करते हैं? परन्तु उससे पहले क्यों न आप एक अभ्यास कर लें?

E15)बच्चों को क्षेत्रफल मापन की मानक इकाई की आवश्यकता का अनुभव कराने के लिए आप क्या गतिविधि करेंगे?

उदाहरण 11 : एक अध्यापिका 1 सें. मी. आकार के रंग–बिरंगे कार्डबोर्ड के टुकड़े लेकर कक्षा में पहुंची। उन्होंने कक्षा को चार टोलियों में बांट दिया और उन्हें बराबर–बराबर संख्या में कार्ड बोर्ड के टुकड़े दे दिए। फिर उन्होंने हर टोली से कहा कि अपनी पसन्द के टुकड़े मनचाही संख्या में लगाकर विभिन्न डिजाइन बनाएं। कुछ समय बाद उन्होंने टोलियों से उनके द्वारा बनाए गए डिजाइन से संबंधित प्रश्न पूछना प्रारम्भ किया।

अध्यापिका : (पहली टोली से) डिजाइन बनाने के लिए तुमने कितने वर्गों का उपयोग किया?

पहली टोली : मैडम, 16

अध्यापिका : (दूसरी टोली से) तुम्हारे डिजाइन का आकार एक वर्ग का कितने गुना है?

दूसरी टोली : (थोड़ा सोचने के बाद) मैडम, 12 गुना है।

अध्यापिका : (तीसरी टोली से) तुम्हारे डिजाइन का क्षेत्रफल कितने वर्ग है?

तीसरी टोली : 20 वर्ग है।

अध्यापिका : (चौथी टोली से) तुम्हारी आकृति का क्षेत्रफल कितना है?

चौथी टोली : मैडम, हमारी आकृति का क्षेत्रफल 24 वर्गों के बराबर है।

अध्यापिका : ठीक है। अब हर टोली यह कागज ले लें और इस बार इस कागज का आकार केवल एक वर्ग का प्रयोग करके मापिए।

अध्यापिका ने हर टोली को बराबर आकार का एक–एक आयताकार कागज दे दिया।

रानी : परन्तु मैडम, हम सिर्फ एक वर्ग से इसका क्षेत्रफल कैसे नापेंगे?

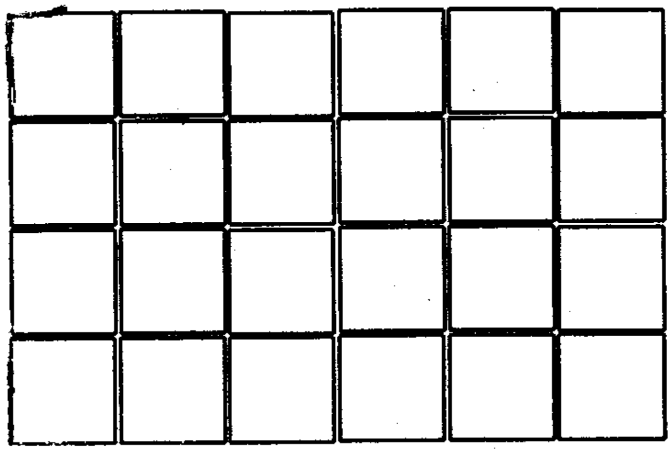
अध्यापिका : क्या कोई इस प्रश्न का उत्तर दे सकता है?

राम : जी मैडम, मुझे याद है जिस तरह हमने पैरों से कमरे की लम्बाई नापी थी। हम हर बार फर्श पर पैर रखकर उसके आकर का चिह्न फर्श पर लगा देते थे। मुझे लगता है कि उसी तरह हम कागज पर वर्ग के आकार के चिह्न लगा सकते हैं।

अध्यापिका : सही बताया। तो क्या अब तुम यह काम कर सकते हो?

सारे बच्चे : जी मैडम।

हर टोली ने कागज पर वर्ग के आकार के चिह्न लगा लिए, जैसा कि चित्र 18 में दिखाया गया है।



चित्र 18

सभी टोलियों ने पूरे कागज को बराबर आकारों के वर्गों में बांटने के बाद वर्गों की संख्या गिन ली। अध्यापिका ने हर टोली से बातचीत करके पता लगा लिया कि सभी ने सही किया था। सभी टोलियों का उत्तर भी एक ही था अर्थात् 24 वर्ग। इसके बाद उन्होंने टोलियों से कहा कि वे कार्डबोर्ड के छोटे वर्ग की भुजाओं को नापकर उसका क्षेत्रफल पता करें। सबने पता किया कि यह वर्ग चारों किनारों पर 1 सें. मी. लम्बा है। फिर अध्यापिका ने उन्हें बताया कि 'यह वर्ग एक विशेष आकार का है'। चूंकि इसकी चारों भुजाएं 1 सें. मी. लम्बाई की हैं, इसलिए इसे एक 'सेंटीमीटर वर्ग' कहते हैं। तो क्षेत्रफल को '24 वर्ग' कहने के स्थान पर हम कहते हैं कि यह '24 सेंटीमीटर वर्ग' है। **क्षेत्रफल को 'सेंटीमीटर वर्ग' के रूप में व्यक्त किया जाता है। सेंटीमीटर वर्ग क्षेत्रफल मापने की इकाई है।'**

उन्हें और अभ्यास करवाने के उद्देश्य से अध्यापिका ने उन्हें एक ग्राफ पेपर दिया जिस पर एक निश्चित क्षेत्र चिन्हित किया गया था। उन्होंने बच्चों से इस बात की जांच करने को कहा कि ग्राफ का हर खाना एक सेंटीमीटर वर्ग है। और फिर चिन्हित क्षेत्र का क्षेत्रफल सें. मी. वर्ग में पता करने को कहा। उन्होंने बच्चों को यह भी समझाया कि खेतों, खेल के मैदानों आदि जैसी बड़ी–बड़ी समतल आकृतियों का क्षेत्रफल इसी प्रकार से मीटर वर्ग में दिखाया जाता है।

––––––––––––X––––––––––––

उपर्युक्त गतिविधि से बच्चों को वर्ग या आयत के क्षेत्रफल के परिकलन का सूत्र स्वंय प्राप्त करने में भी सहायता मिल सकती है। उनसे इस तरह के प्रश्न पूछे जा सकते हैं :

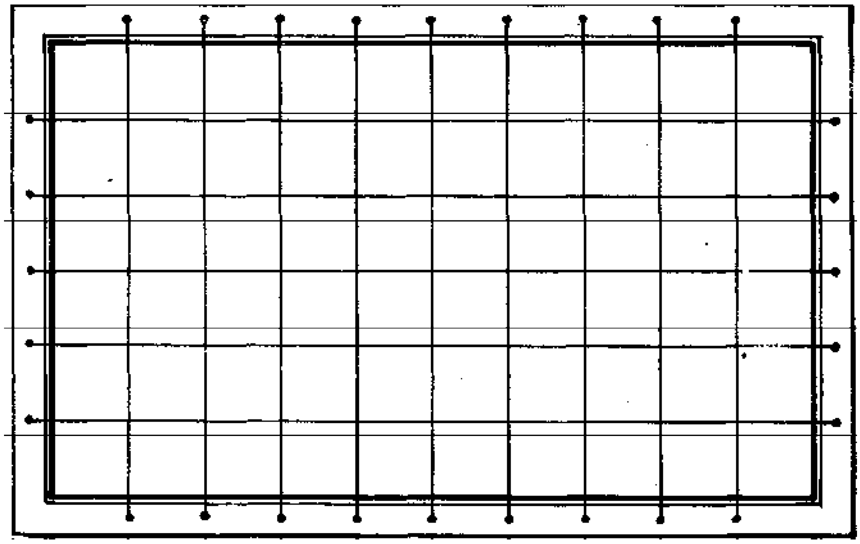
- एक कतार में कितने वर्ग हैं?
- कुल कितनी कतारें हैं?
- यदि 6–6 वर्ग वाली 4 कतारें हों, तो कुल कितने वर्ग होंगे?
- सारे वर्गों को गिने बिना, तुम कुल वर्गों की संख्या कैसे पता करोगे?
- यदि एक कतार में 5 वर्ग हों और ऐसी 4 कतारें हों, तो क्षेत्रफल कितना हुआ? आदि।

इससे बच्चों को यह समझने में भी मदद मिलेगी कि क्यों **आयत का क्षेत्रफल=लम्बाई×चौड़ाई** होता है और विशेष स्थिति में **वर्ग का क्षेत्रफल=(लम्बाई)^2** होता है।

इस तरह की चित्रात्मक प्रस्तुति से उनके दिमाग पर अमिट छाप बन जाएगी और वे समझ पाएंगे कि सूत्र का उपयोग कब व कैसे करना है?

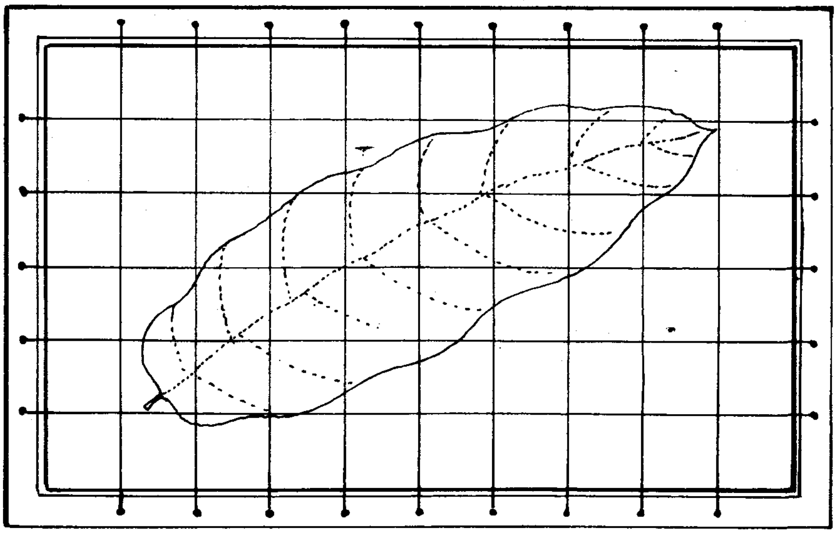
E16)एक वृत्त का क्षेत्रफल निकालने के लिए आप क्या गतिविधि करेंगे?

असमान आकृतियों का क्षेत्रफल निकालने के लिए **'धागा ग्राफ'** नामक एक यंत्र आसानी से बनाया जा सकता है। यह धागे का बना एक ग्राफ होता है। इसमें लकड़ी / प्लास्टिक / कार्डबोर्ड का एक आयताकार या वर्गाकार खांचा होता है। इस खांचे की भुजाओं पर 1–1 सें. मी. की दूरी पर छेद कर दिए जाते हैं। नायलोन या सूती धागे को आमने–सामने के छेदों में पिरोकर तान दिया जाता है। इस प्रकार से हमें चित्र 19 में दिखाया गया धागा ग्राफ प्राप्त हो जाता है।



चित्र 19: धागाग्राफ

इस ग्राफ का हर खाना 1 सेंटीमीटर भुजा वाला वर्ग है। अतः हर खाने से घिरा क्षेत्रफल एक 'सेंटीमीटर वर्ग' है। जिस आकृति का उदाहरणार्थ जिस पत्ती का क्षेत्रफल पता करना हो उसके ऊपर इस ग्राफ को रख देते हैं। अब ऊपर से देखकर पत्ती को ढंकने वाले वर्गों को गिन लेते हैं। (चित्र 20 देखें)। यदि पत्ती किसी खाने को आधा या आधे से ज्यादा घेरे हो तो उसे पूरा खाना मानकर गिन लेते हैं और यदि किसी खाने को पत्ती ने आधे से कम घेरा हो, तो उसे नहीं गिनते। कुल गिने गए खानों से पत्ती का लगभग क्षेत्रफल सें. मी. वर्ग में पता चल जाता है।



चित्र 20

कक्षा में अध्यापक द्वारा प्रदर्शन के लिए धागा ग्राफ एक उपयोगी यंत्र है। इसके अतिरिक्त सें. मी. में चिन्हित (मि. मी. में नहीं) ग्राफ पेपर का भी उपयोग किया जा सकता है। ग्राफ पेपर पर पत्ती को रखकर और उसकी रूपरेखा खींचकर ऊपर बताए अनुसार वर्गों की संख्या गिनी जा सकती है।

E17)असमान वस्तुओं का क्षेत्रफल निकालने के लिए आप क्या विधि अपनाते हैं? क्या आपने कभी 'धागा ग्राफ' का प्रयोग किया है? यदि नहीं, तो अब करके देखिए कि क्या इसके कुछ लाभ हैं?

अभी तक हमने किसी समतल वस्तु के आकार को आंकने की विभिन्न विधियों पर चर्चा की। आइए अब देखते हैं कि यही काम त्रिविमीय वस्तुओं के साथ करने में बच्चों की सहायता कैसे की जा सकती है?

वास्तव में 3–4 साल के बच्चों को त्रिविमीय वस्तुओं के आकार का कुछ सहज अनुभव होता है। आपने देखा होगा कि घर पर छोटे बच्चे हमेशा केक के बड़े टुकड़े या पेप्सी की बड़ी बोतल के लिए रोते हैं। उन्हें हर बार बड़ी वस्तु ही चाहिए। एक चार वर्ष का बच्चा बता सकता है कि कुत्ता बिल्ली से बड़ा होता है या हाथी गाय से बड़ा होता है या बस कार से बड़ी होती है।

परन्तु प्रश्न यह है कि 'बड़े' से उनका आशय क्या होता है? क्या वे वस्तुओं के आयतन की बात करते हैं या उनकी धारिता/क्षमता की बात करते हैं या उनमें से किसी की नहीं? इन दो अवधारणाओं को लेकर बच्चों के विचार प्रायः भ्रमित करने वाले होते हैं। चलिए, पहले आयतन की अवधारणा की चर्चा करते हैं।

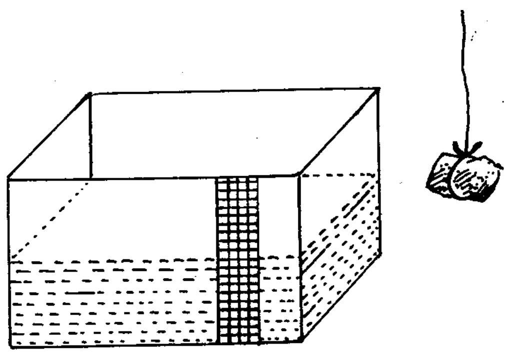
13.5 आयतन मापना

आयतन त्रिविमीय विस्तार की माप है। डिब्बे, नोट बुक, बंद पीपा, आलमारी, ईंट, पत्थर जैसी त्रिविमीय बंद वस्तुएँ जितना स्थान घेरती हैं, वह उनका आयतन होता है। आयतन अर्थात् इन वस्तुओं द्वारा घेरा गया स्थान। बच्चों को घेरे गए स्थान का अनुभव देने के लिए कुछ पत्थर, ईंटें, लोहे के टुकड़े, आदि एकत्र कर लें। प्लास्टिक की एक बाल्टी में पानी भर लीजिए। हर वस्तु को एक धागे से बांधकर उन्हें एक–एक करके पानी में डुबाइए। देखिए कि क्या हर बार पानी का तल एक बराबर ही बढ़ता है। बच्चों से निम्न प्रश्नों पर चर्चा कीजिए।

- तल अलग–अलग क्यों बढ़ता है?
- पानी का तल सबसे ऊंचा कब उठा?
- ऐसा क्यों होता है?
- डुबाई गई वस्तु के आकार और पानी के तल के बीच क्या संबंध होता है? आदि।

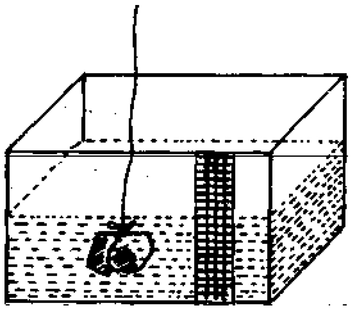
एक बार बच्चों को घेरे गए आयतन का अनुभव हो जाए, तो वे दो वस्तुओं के आयतन की तुलना कर सकते हैं। दो असमान वस्तुओं के आयतन की तुलना निम्नलिखित गतिविधि द्वारा की जा सकती है।

उदाहरण 12 : दो पत्थर लीजिए, जिनके आयतन की तुलना करनी है और कांच का एक आयताकार बर्तन ले लीजिए। कांच के बर्तन में 3/4 पानी भर दीजिए। इस पर चित्र 21 में दिखाए अनुसार ग्राफ पेपर की एक पट्टी चिपका दीजिए।



चित्र 21

सबसे पहले ग्राफ पेपर की पट्टी के द्वारा खाने गिनकर पानी का तल पढ़ लीजिए। अब पत्थरों को एक–एक धागे से बांध लीजिए। चित्र 22 में दिखाए अनुसार एक पत्थर को पानी में डुबाइए और पानी के तल में हुए परिवर्तन को नोट कीजिए। इसी प्रकार से दूसरे पत्थर को पानी में डुबाकर पानी के तल को पढ़ लें।



चित्र 22

चर्चा कीजिए कि पानी का तल कब अधिक चढ़ा? क्यों? कौन–सा पत्थर अधिक स्थान घेरता है? किसका आयतन अधिक है? आदि।

————————X————————

कभी–कभी दो वस्तुओं के आयतन की तुलना देखकर भी की जा सकती है। इसके लिए वस्तुओं द्वारा घेरे गए स्थान की तुलना की जाती है। आप इस तरह के प्रश्न पूछ सकते हैं कि मेज के खाने में कौन–सी वस्तु अधिक स्थान घेरती है– साबुन या माचिस की डिबिया? कौन–सी वस्तु बड़ी है? किसका आयतन अधिक है? आदि।

उपर्युक्त गतिविधियों से बच्चों को यह समझने में सहायता मिलेगी कि :

i) सम–असम हर वस्तु का आकार होता है।

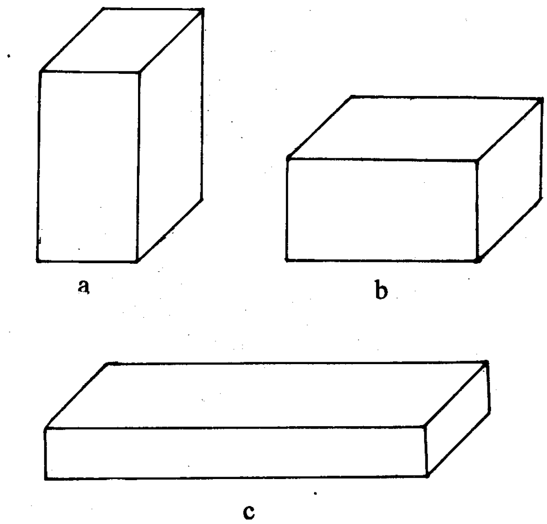
ii) बड़ी वस्तुएँ अधिक स्थान घेरती हैं।

iii) बड़ी वस्तुएँ पानी की सतह को ज्यादा ऊपर उठाती हैं।

iv) जिस वस्तु का आकार बड़ा हो, उसका आयतन भी बड़ा होता है।

घेरे गए आयतन की अवधारणा सिखाते हुए बच्चों को पदार्थ की मात्रा के संरक्षण का भी अनुभव कराना चाहिए। कोई बच्ची इस बात को किस स्तर तक समझती है, इसका आकलन करने के लिए निम्नलिखित गतिविधि पर ध्यान कीजिए। मैंने यह गतिविधि नजदीक के एक विद्यालय में देखी थी।

उदाहरण 13 : कक्षा 6 के एक अध्यापक बच्चों को घेरे गए आयतन का अनुभव पहले ही दे चुके थे। अब वे उन्हें यह समझाना चाहते थे कि अलग–अलग आकृतियों की वस्तुओं का आयतन समान भी हो सकता है। इसके लिए उन्होंने बच्चों को लकड़ी के कुछ गुटके दिखाए। (देखें–चित्र 23)।



चित्र 23

अध्यापक : क्या इन गुटकों का आयतन समान है?

किसी से कोई उत्तर नहीं मिला, तो उन्होंने अपने प्रश्न को अलग ढंग से रखा।

अध्यापक : क्या इन सभी गुटकों को बराबर स्थान चाहिए?

इस बार भी चुप्पी रही।

अध्यापक : चलो, ऐसे मान लो कि ये चॉकलेट के गुटके हैं। अब बताओ कि क्या इन सबमें बराबर मात्रा में चॉकलेट हैं?

इस प्रश्न से बच्चों में कुछ प्रतिक्रिया हुई।

पहला बच्चा : नहीं, सबमें चॉकलेट की मात्रा अलग–अलग हैं।

दूसरा बच्चा : नहीं सर, मुझे लगता है कि पहले दो गुटकों में तो मात्रा बराबर है। बस उन्हें अलग–अलग तरह से रखा गया है। परन्तु तीसरे गुटके में मात्रा भिन्न है।

अध्यापक : क्या तुम यहां आकर समझा सकते हो?

लड़के ने कई तरह से दूसरे गुटके की तुलना पहले गुटके के साथ की। वह यह कर ही रहा था कि अन्य बच्चे चिल्ला पड़े।

कई बच्चे : जी हाँ सर, पहले दो गुटके एक ही आकार के हैं।

अध्यापकः क्यों?

कक्षा में अस्पष्ट फुसफुसाहट होने लगी और एक बच्चा चिल्लाया।

एक लड़का : सर, ये बराबर स्थान घेरते हैं।

अध्यापक : क्या तुम सब इससे सहमत हो?

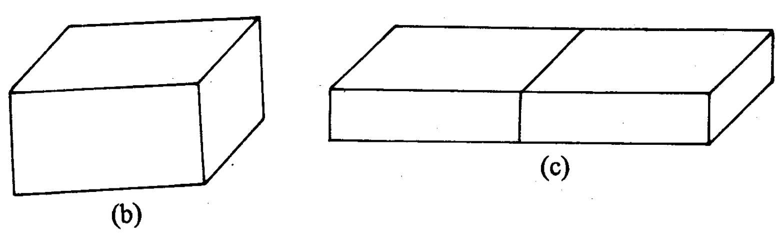
सारे बच्चे : जी सर।

अध्यापक : क्या मैं कह सकता हूँ कि इनका आयतन समान है?

बच्चे सहर्ष सहमत तुए।

अध्यापक : परन्तु तीसरे गुटके के बारे में क्या कहोगे? इसका भी आयतन उतना ही है। यदि तुम इसे ध्यान से देखोगे तो पता चलेगा कि इसकी ऊंचाई तो (ख) से आधी है, परन्तु लम्बाई उससे दुगनी है।

परन्तु बच्चे भ्रमित दिखाई दे रहे थे। इसलिए अध्यापक ने उनके सामने (ख) और (ग) के ही समान दो और गुटके रखे। अन्तर सिर्फ इतना था कि इस बार (ग) दो भागों में बंटा हुआ था (देखें चित्र 24)।

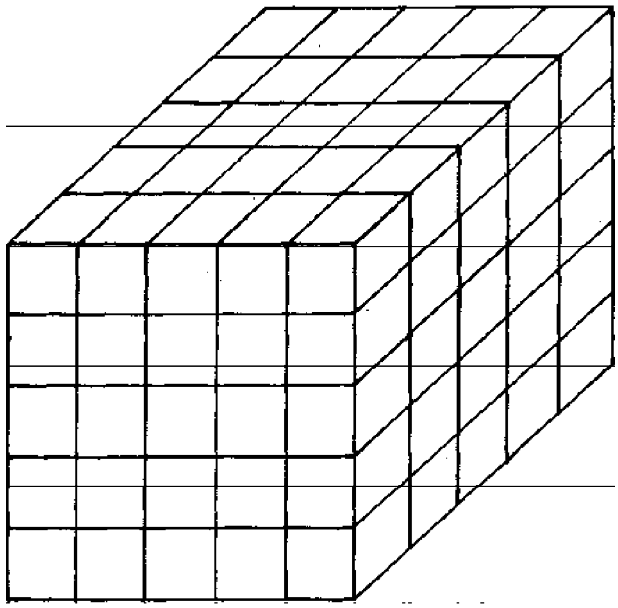


चित्र 24

अध्यापक ने दूसरे गुटके के टुकड़ों को अलग–अलग किया और उन्हें इस तरह रखा कि नया गुटका बिल्कुल पहले गुटके जैसा दिखने लगा। बच्चे समझ गए कि सभी गुटकों के आकार/आयतन समान थे।

E18)आप बच्चों को यह अवधारणा समझने में कैसे सहायता करेंगे कि अलग–अलग आकृतियों वाली वस्तुओं का आयतन समान भी हो सकता है?

लम्बाई और क्षेत्रफल की तरह आयतन मापने की मानक इकाई भी बताई जा सकती है। इसके लिए 1 सें. मी.×1 सें. मी.×1 सें. मी. नाप वाले छोटे घन को इकाई के रूप में प्रयोग किया जा सकता है। बच्चों को यहाँ कठिनाई यह आती है कि किसी ठोस वस्तु द्वारा घेरे गए आयतन तथा इसके संरक्षण की अवधारणा समझ लेने के बाद भी वे यह बात नहीं समझ पाते कि आयतन की तुलना किसी घन इकाई के बार–बार उपयोग से की जा सकती है। ठोस वस्तुओं के इकाई घनों से मिलकर बने होने की बात इसलिए सच नहीं लगती, क्योंकि इसमें कई सारी घन इकाइयाँ तो उन्हें दिखाई ही नहीं देती। जैसे : किसी घनाकार ठोस के मध्य भाग में जो इकाइयाँ होती हैं। इस समस्या से निपटने के लिए आप एक गतिविधि की सहायता ले सकते हैं। यह गतिविधि उन्होंने बचपन में लकड़ी के गुटकों (ब्लॉक्स) के साथ की होगी। उन्होंने इन गुटकों को तरह–तरह से जोड़–जोड़ कर अलग–अलग आकृतियाँ बनाई होंगी। उन्हें छोटे–छोटे घनाकर गुटकों को जोड़कर बना कोई आकृति दिखाइए। उन्हें स्वयं पता करने दीजिए कि इस आकृति में कितने छोटे घन लगे हैं (चित्र 25)।



चित्र 25

उनसे यह पता करने को कहिए कि घनाकर गुटकों के रूप में आकृति का आयतन कितना है? कुल कितने सें. मी. घन हैं? आप उन्हें टोलियों में काम करने को भी कह सकते हैं। हर टोली इन घनाकर गुटकों से कोई आकृति बनाए–जैसे समान्तर–षट्फलक या घनाभ। हर टोली से निम्नांकित बिन्दुओं पर चर्चा कीजिए।

i) पूरी आकृति को बनाने में लगे घनों की संख्या।

ii) आकृति में परतों की संख्या।

iii) एक परत में कतारों की संख्या।

iv) एक कतार में घनों की संख्या।

v) एक परत में घनों की संख्या।

vi) इन घनों के रूप में आकृति का आयतन।

vii) सारे घनों को गिनने के स्थान पर आयतन निकालने की छोटी विधि।

जब आप उनके प्रदर्शन से संतुष्ट हो जाएं तो उनसे इस घन की भुजा नापने को कहें। उन्हें पता चलेगा कि इस घन की हर भुजा 1 सें. मी. है। तब आप उन्हें बता सकते हैं कि इसे एक सें. मी. घन कहते हैं और आकृति का जो आयतन उन्होंने मापा है वह सें. मी. घन में है। **सें. मी. घन को (सें. मी.)^3 भी लिखते हैं। यह आयतन नापने की मानक इकाई है।** इसी प्रकार से बड़े ढांचों का आयतन नापने के लिए 1 मीटर भुजा वाले घन का प्रयोग किया जाता है। तब **(मी.)^3 को आयतन नापने की मानक इकाई का जाता है।**

इस गतिविधि से बच्चों को घन व घनाभ के आयतन का सूत्र स्वयं प्राप्त करने में भी मदद मिलेगी। वे यह समझ पाएंगे कि क्यों :

घनाभ का आयतन=लम्बाई×चौड़ाई×ऊंचाई, और

घन का आयतन=(लम्बाई)^3 होता है।

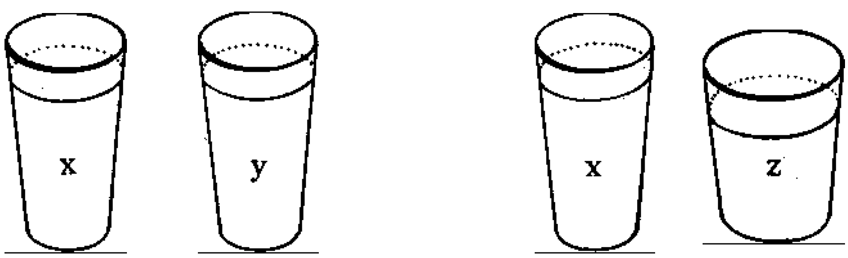
E19)आयतन मापने की कोई गतिविधि करने के लिए आप लागत रहित/कम लागत का क्या शिक्षण–साधन सुझाएंगे?

अक्सर यह देखा गया है कि 11–12 वर्ष के बच्चे धारिता और आयतन की अवधारणाओं को आपस में मिला देते हैं। वे किसी बर्तन की धारिता को उसका आयतन मानने की भूल करते हैं। जब उनसे आयतन मापने को कहा जाए तो वे धारिता माप लेते हैं। वे आयतन व धारिता शब्दों का उपयोग पर्यायवाची की तरह करते हैं। यह भ्रम तो वयस्कों में भी देखा जाता है। यह भ्रम क्यों? इस विषय में हम बच्चों की सहायता कैसे करें? आइए इन प्रश्नों के उत्तर देने का प्रयास करें।

13.6 धारिता बनाम आयतन

किसी पात्र की धारिता का अर्थ है कि उसमें कितना तरल पदार्थ या रेता या नमक भरा जा सकता है। चूँकि तरल पदार्थ या रेता या नमक का आकार उस पात्र के अनुसार जिसमें वे रखे गए हैं, बदलता रहता है। इसलिए बच्चों को ठोस पदार्थों के संरक्षण के मुकाबले तरल पदार्थों का संरक्षण समझने में अधिक कठिनाई होती है। इसका आकलन करने के लिए बच्चे को दो एक जैसे गिलास X और Y दिखाइए।

दोनों में बराबर मात्रा में पानी भी भरकर दिखाइए (चित्र 26 देखिए)।

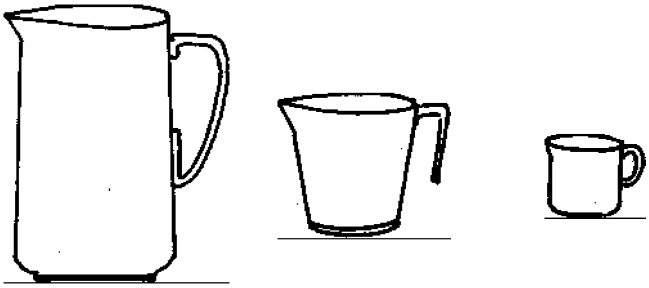


(क) (ख)

चित्र 26

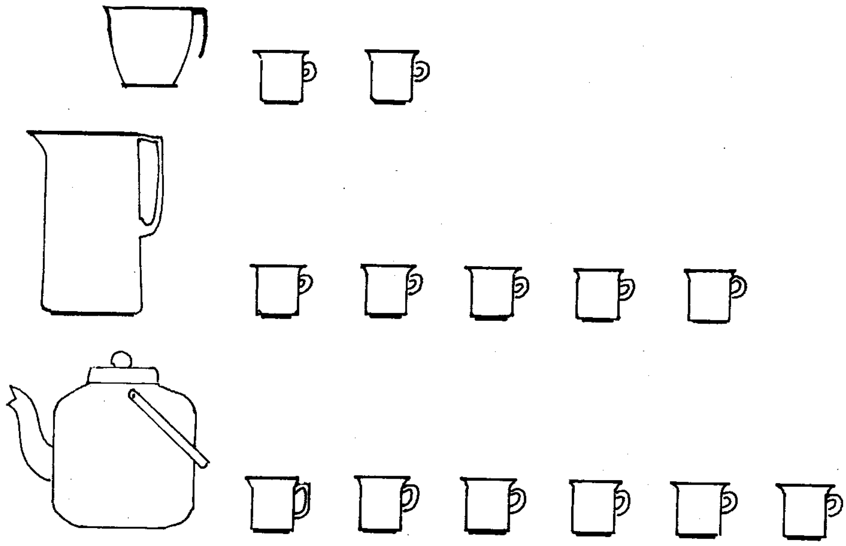
अब Y गिलास के पानी को बच्चे के सामने ही एक अन्य आकार के बर्तन Z में डाल दीजिए। अब उससे पूछिए कि क्या X और Z में बराबर पानी है। यदि वह इस प्रश्न का सही उत्तर नहीं दे पाता तो इसका अर्थ यह है कि अभी उसने इस अवधारणा को ग्रहण नहीं किया है। ऐसे विषयों में उसकी सहायता करने की विधि यह है कि पानी को (बिना गिराए) पुनः Y गिलास में डालकर उसे दिखाया जाए।

बच्चों को अलग–अलग आकार के बर्तनों की धारिता की तुलना करने का कौशल भी सीखना चाहिए। उन्हें यह बताने में समस्या नहीं होनी चाहिए कि एक मग में एक कप से अधिक पानी आता है और एक जग में मग से अधिक (चित्र 27 देखें)।



चित्र 27

एक कप में पानी भरकर उसे एक खाली मग में डालने से, या एक मग को पानी से भरकर उसे एक जग में उड़ेलने की क्रिया के द्वारा बच्चों को यह तय कर पाने में सहायता मिलेगी। आप बच्चों से यह भी कह सकते हैं कि विभिन्न बर्तनों की धारिताओं के बारे में अपने निष्कर्षों को चित्रों के रूप में रिकॉर्ड करें (चित्र 28 देखें)। इस चित्र को देखकर आप बता सकते हैं कि जग में मग से अधिक वस्तु समाएगी और केतली में सबसे अधिक।



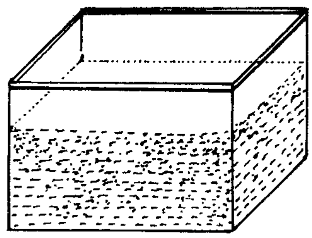
चित्र 28

इस उदाहरण में कप धारिता नापने की भौतिक इकाई मानी जाएगी। तब आप धारिता की बात इस भौतिक इकाई के संदर्भ में कर सकते हैं। जैसे : मग की धारिता दो कप है, जग की धारिता 5 कप है और केतली की धारिता 6 कप है।

चम्मच, जग, फ्रूटी के डिब्बे आदि कई वस्तुएँ ली जा सकती हैं। इनमें से किसी भी वस्तु को धारिता नापने की भौतिक इकाई के रूप में प्रयोग किया जा सकता है।

E20)आप यह बात समझाने के लिए क्या करेंगे कि बड़े बर्तन में अधिक वस्तुएँ समा सकती है, इसलिए इसकी धारिता भी अधिक है?

एक बार बच्चे भौतिक इकाई के रूप में धारिता मापने लगेंगे तो शीघ्र ही वे धारिता मापने के लिए मानक इकाई की आवश्यकता भी समझने लगेंगे। उन्हें मानक इकाई की आवश्यकता अनुभव कराने के लिए आप उसी प्रकार की चर्चा प्रारम्भ कर सकते हैं, जैसी क्षेत्रफल व आयतन के संदर्भ में की थी। जहाँ तक धारिता नापने की अवधारणा के विकास का प्रश्न है, तो बच्चे इसका अर्थ अलग–अलग रूप से निकालते हैं। यदि यह पता करना हो कि पानी से ऊपर तक भरे हुए किसी फिश टैंक में कितना पानी है। (चित्र 29 देखिए)। तो 11 वर्षीय बच्चों से आप निम्न प्रकार के उत्तरों की अपेक्षा कर सकते हैं :



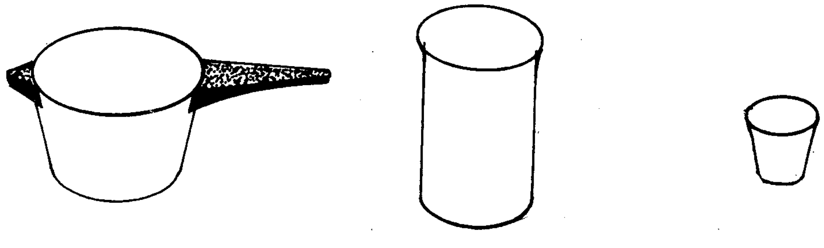
चित्र 29

1. पहले मैं टैंक को पानी सहित तौल लूंगा। फिर खाली टैन्क को तौलूंगा और दोनों के भारों में अन्तर पता कर पानी का भार प्राप्त कर लूंगा।
2. मैं दूध की एक बोतल लूंगा और इससे भर–भरकर टैंक का पानी खाली करूंगा। मैं गिनता जाऊंगा कि टैंक खाली करने में मुझे बोतल को कितनी बार भरना पड़ा।
3. मैं टैंक को नापकर उसका आयतन पता कर लूंगा (इस बात का कोई किरण नहीं है कि ऊंचाई पूरे टैंक की होगी या पानी की)।
4. मैं छड़ी का उपयोग करूंगा। पानी में एक छड़ी को डुबाकर देखूंगा और नाप लूंगा कि छड़ी कितनी गीली हुई। (यहाँ इस बात को पूरी तरह अनदेखा कर दिया गया है कि लम्बाई, चौड़ाई को भी ध्यान में रखना होगा)।

E21)आपको क्या लगता है, उत्तरों में इतनी विविधता क्यों हैं? क्या इनमें से कोई उत्तर सही है?

उपरोक्त परिस्थिति से स्पष्ट है कि धारिता नापने के प्रश्न को लेकर बच्चों को बहुत सारे भ्रम हैं। इन्हें निम्नलिखित गतिविधि से दूर किया जा सकता है।

उदाहरण 14 : धारिता मापने की परंपरागत मीट्रिक इकाइयाँ लीटर व मिलीलीटर हैं। कक्षा में व्यावहारिक दृष्टि से तो 100 मिलीलीटर (यानी लीटर का 10वां भाग) की इकाई उपयुक्त है। दही के खाली डिब्बों का उपयोग इस काम के लिए किया जा सकता है। यदि आप बच्चों को एक ऐसा फ्लास्क देते हैं जिसमें 1 लीटर वस्तु समा सकती है, तो वे आसानी से देख पाएंगे कि ऐसे 10 डिब्बे पानी से फ्लास्क को पूरा भरा जा सकता है। अब बच्चे इन डिब्बों की सहायता से पानी या रेत की मात्रा नाप सकते हैं। यदि वे यह पता करना चाहते हैं कि एक सॉसपेन में कितना पानी आता है तो वे सॉसपेन को पानी से भरकर उसके पानी को फ्लास्क में उड़ेल सकते हैं। मान लीजिए कि एक सॉसपेन से एक फ्लास्क पूरा और दूसरा फ्लास्क थोड़ा भर जाता है। अब थोड़े भरे फ्लास्क का पानी, दही के खाली डिब्बों की सहायता से नापा जा सकता है (चित्र 30 देखें)। मान लीजिए इससे दही के 6 डिब्बे भर जाते हैं तो बच्चों को यह पता लग जाएगा कि सॉसपेन में कुल मिलाकर 16 डिब्बे पानी आता है। ऐसी गतिविधि से बच्चों की स्थानीय मान की समझ भी मजबूत होगी क्योंकि वे नाप को दहाई व इकाई से जोड़कर देख पाएंगे।



चित्र 30

जब बच्चों को डिब्बों से धारिता नापने का काफी अभ्यास हो जाए, तब बच्चों को फ्लास्क की धारिता अर्थात् 1 लीटर से परिचित कराया जा सकता है। यदि यह फ्लास्क कांच का हो, तो बच्चे इस पर छोटे खण्ड भी अंकित कर सकते हैं। इसके लिए फ्लास्क पर कागज की एक पट्टी चिपका दें और फिर डिब्बे से भर–भरकर इसमें पानी डालें। हर बार एक डिब्बा पानी डालने के बाद पानी के तल का चिह्न कागज की पट्टी पर लगा लें। यदि बच्चे चाहें तो इस फ्लास्क से भी वे धारिता मापने की गतिविधि जारी रख सकते हैं।

E22)आप अपनी कक्षा में 'धारिता' की अवधारणा सिखाने के लिए क्या प्रक्रिया अपनाते हैं? आप धारिता और आयतन की अवधारणा का अन्तर कैसे समझाएंगे?

और अब इस इकाई को समाप्त करने से पहले आइए देखें कि इसमें हमने क्या सीखा?

13.7 सारांश

इस इकाई में हमने निम्नलिखित बिन्दुओं पर चर्चा की :

1. अपने आसपास की विभिन्न त्रिविमीय वस्तुओं के साथ बच्चों को बचपन में हुए अनुभवों का उपयोग उन्हें आकार का एक आभास कराने के लिए किया जा सकता है।

2. लम्बाई, क्षेत्रफल व आयतन मापने की आवश्यकता पर बल दिया गया है।

3. प्रारम्भ में बच्चों को मापन की भौतिक इकाइयों के उपयोग का प्रशिक्षण दिया जा सकता है। बित्ता, कदम, हाथ, पैर आदि का प्रयोग लम्बाई नापने के लिए किया जा सकता है। क्षेत्रफल नापने के लिए कार्डबोर्ड के टुकड़ों तथा आयतन नापने के लिए लकड़ी के गुटकों या माचिस की खाली डिब्बियों का उपयोग किया जा सकता है। इन गैर–मानक इकाइयों के प्रयोग के अनुभव से बच्चों को यह स्पष्ट हो जाएगा कि विभिन्न व्यक्तियों द्वारा इन इकाइयों का उपयोग किया जाए तो किसी वस्तु की लम्बाई/क्षेत्रफल/आयतन की माप अलग–अलग आ सकती है। माप में गैर–मानक इकाई के बदलते आकार के अनुसार माप में भी बदलाव आ जाता है। अंतः वे मापन में एक मानक इकाई की आवश्यकता अनुभव करेंगे।

4. लम्बाई मापने के परम्परागत उपकरणों का उपयोग शुरू करने से पहले आवश्यक है कि बच्चे मापी जाने वाली लम्बाई का अनुमान लगा पाएं ताकि मापन उपकरण के उपयोग में हुई किसी बड़ी गलती को और उसके कारण प्राप्त माप में हुई गलती को आसानी से पकड़ा जा सके।

5. हर बच्चे को पैमाना या टेप से मापने का कौशल सीखना चाहिए। केवल दूसरों को माप करते हुए देखने से यह कौशल प्राप्त करने में कोई सहायता नहीं मिलती।

6. बच्चों को यह समझना चाहिए कि कोई भी माप एकदम सही नहीं होता। सारे माप सन्निकट होते हैं। उन्हें प्राप्त माप में गलती होने के विभिन्न कारण पता होने चाहिए जिससे कि वे मापते समय इनसे बच सकें और यथासंभव सर्वोत्तम परिणाम प्राप्त कर सकें।

7. जैसे लम्बाई रैखीय वस्तु का आकार बताती है, उसी तरह क्षेत्रफल किसी समतल आकृति (द्विविमीय आकृति) का आकार बताता है। किसी समतल आकृति का आकार/क्षेत्रफल उसका 'विस्तार' है। ऐसी कई गतिविधियों की चर्चा की गई है जिनसे बच्चे गैर–मानक व मानक दोनों तरह की इकाइयों में क्षेत्रफल निकाल सकते हैं। इन गतिविधियों से बच्चों को यह भी समझने में सहायता मिलती है कि

अलग–अलग आकृतियों का क्षेत्रफल समान भी हो सकता है और उन्हें किसी आयत अथवा वर्ग के क्षेत्रफल का सूत्र स्वयं प्राप्त करने में भी सहायता मिलती है।

8. बच्चों को आयतन का संरक्षण, दो वस्तुओं के आयतन की तुलना तथा भौतिक इकाई व मानव इकाइयों के रूप में आयतन नापना सीखने में मदद देने के लिए विभिन्न गतिविधियों की चर्चा की गई है।

9. बच्चों को त्रिविमीय वस्तुओं के आयतन व धारिता के बीच अंतर समझाने की विधियों पर चर्चा भी की गई है।

13.8 अभ्यासों पर टिप्पणियाँ

E1) रैखीय वस्तुएँ, समतल वस्तुएँ और त्रिविमीय वस्तुएँ एकत्र की जा सकती हैं। बच्चे को इन वस्तुओं में से कोई भी वस्तु दे दें। फिर उससे कहें कि वह पूरे संग्रह में से इसी आकार की एक और वस्तु ढूंढे। जैसे : कंचे के आकार का बेर या पेंसिल के आकार की छड़ी या भारत के मानचित्र में किसी प्रान्त के आकार का प्लाइवुड का टुकड़ा।

E2) हाँ। इनसे प्रायः सहायता मिलती है। बच्चा अवलोकन व अध्यारोपण से आकार की तुलना कर पाता है। यह विधि तब नाकाम रहती है जब तुलना की जाने वाली दोनों वस्तुओं के आकार में अन्तर बहुत कम हो या दोनों वस्तुएँ अलग–अलग विमीय हों।

E3) यह परोक्ष विधि है। जहाँ अवलोकन व अध्यारोपण नाकाम रहें वहाँ परोक्ष विधि उपयोगी होती है।

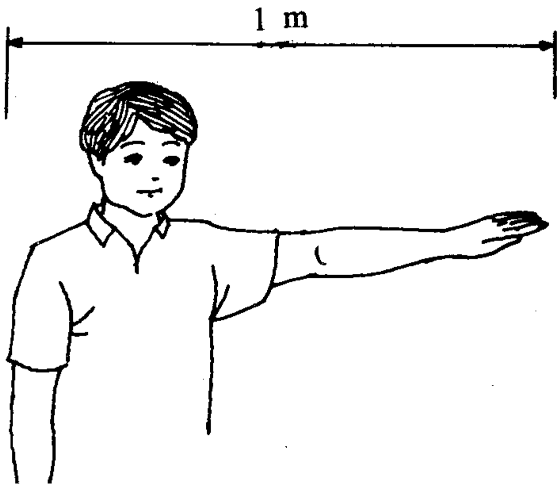
E4) अनुमान लगाना एक अत्यंत कठिन कौशल है। इस कौशल को प्राप्त करने के लिए निरन्तर अभ्यास आवश्यक होता है। परन्तु यदि यह कौशल प्राप्त हो जाए तो यह दैनिक जीवन में बहुत उपयोगी होता है। अपने अनुभव से अनुमान के दो उपयोग लिखिए।

E5) विभिन्न आयु वर्गों, जैसे 7 वर्ष, 10 वर्ष, 12 वर्ष के बच्चों के साथ एक गतिविधि आयोजित कीजिए। उनसे कहिए कि वे अपने बित्त या कदम से किसी मेज या कमरे की लम्बाई मापें। बच्चे देखेंगे कि सबके बित्त या कदम एक से नहीं हैं। उनमें अन्तर हैं। इससे उन्हें या निष्कर्ष निकालने में मदद मिलेगी कि एक ही गैर–मापन इकाई से अलग–अलग व्यक्ति किसी वस्तु की लम्बाई मापें, तो माप में अंतर आते हैं। उससे उन्हें मापन की मानक इकाई की आवश्यकता का अहसास हो जाएगा।

E6) कक्षा 4 के बच्चे के साथ अपने अनुभव लिखिए।

E7) कपड़े या कार्डबोर्ड की एक लम्बी पट्टी से एक मीटर लम्बी टेप बनाई जा सकती है, यदि यह सही लम्बाई में काटी गई हो और इस पर सें. मी. के निशान लगाए गए हों। बच्चों को परम्परागत पैमाना या टेप की तुलना में अपनी बनाई इस टेप का प्रयोग करने में ज्यादा आनन्द आएगा। बच्चे इस पैमाने का बार–बार उपयोग सिर्फ इसलिए भी करेंगे कि इसमें उन्हें आनन्द आता है। इसी बहाने उन्हें वस्तुओं को नापने का खूब अभ्यास हो जाएगा, जो वे अन्यथा न हासिल कर पाएं यदि उन्हें परंपरागत पैमाने का प्रयोग करना पड़े।

E8) मीटर पैमाना या टेप से शरीर पर एक निश्चित लम्बाई को चिन्हित कर लीजिए। आम तौर से कंधे से लेकर दूसरे हाथ की तनी हुई उंगलियों के छोर तक की लम्बाई लगभग 1 मीटर होती है (चित्र 31 देखें)। वे इस मीटर लम्बाई का उपयोग साड़ी, चादर, तौलिया आदि नापने में कर सकते हैं।



चित्र 31

E9) यदि बच्चा 1 मीटर लम्बाई का अनुमान लगा सकता हो, तो हम मान सकते हैं कि वह इस अवधारणा को समझता है।

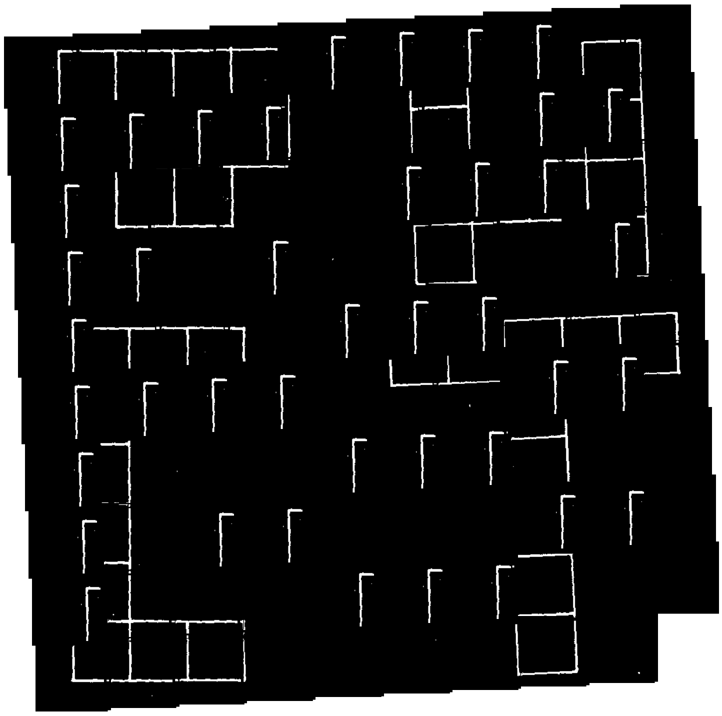
E10)जब बच्चे किसी ऐसे पैमाने से नापते हैं, जिस पर सिर्फ सें. मी. के निशान लगे हैं, तो वे पाते हैं कि कुछ लम्बाइयाँ पूर्ण सें. मी. में नहीं होतीं अर्थात् इनका सिरा पैमाने पर लगे दो चिह्नों के बीच रह जाता है। इस मौके पर उनसे मापन की छोटी इकाई की आवश्यकता पर चर्चा कीजिए और उन्हें मिलीमीटर की इकाई से परिचित कराइए।

E11)कागज पर एक रेखा खींच दीजिए और बच्चों को एक ऐसा पैमाना दीजिए जो दोनों सिरों से टूटा हो। यदि बच्चे इस पैमाने का प्रयोग करके उस रेखा को सफलतापूर्वक नाप लेते हैं, तो आप निश्चित रूप से कह सकते हैं कि बच्चे लम्बाई नापना सीख चुके हैं।

E12)आपने ध्यान दिया होगा कि कई बार पैमाना किनारे पर बहुत मोटा होता है। अंतः उन्हें पढ़ते वक्त बच्चे त्रुटियाँ करते हैं। वे यह तय नहीं कर पाते कि पैमाने का कौन सा चिह्न वस्तु/रेखा के सिरे से मेल खा रहा है। पैमाने को पढ़ते समय आँख इस बिन्दु (वस्तु/रेखा के सिरे) के ठीक सीध में होनी चाहिए। यहां यह कहना महत्वपूर्ण है कि ऐसे पैमानों का उपयोग करना चाहिए जिनके किनारों की मोटाई कम से कम हो।

E13)एक और गतिविधि सुझाइए। जैसे–उदाहरण 3 में दी गई विधि पर आधारित गतिविधि हो सकती है।

E14)बच्चों को कागज या कार्डबोर्ड के एक ही आकार के 10 वर्गाकार/आयताकार टुकड़े काटने को कहें। इन टुकड़ों को जोड़कर वे विभिन्न आकृतियाँ बनाएँ (चित्र 32) और देखें कि सभी आकृतियाँ बराबर आकार की है।



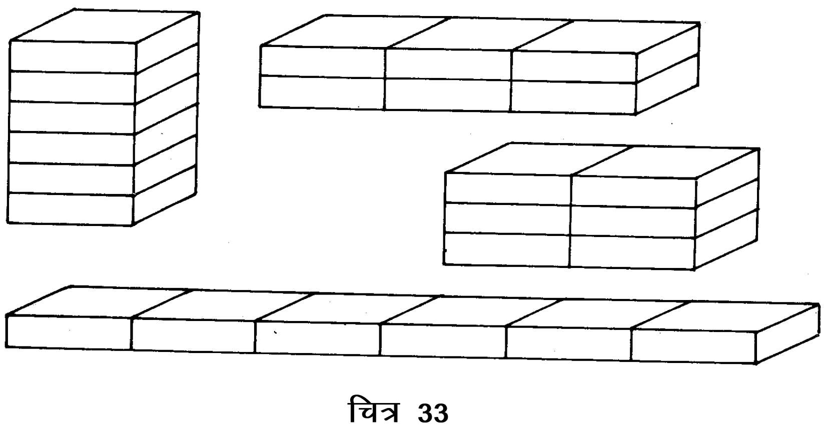
चित्र 32

E15)लम्बाई मापने की मानक इकाई का उदाहरण दिया जा सकता है। इस बात पर चर्चा की जा सकती है कि किसी द्विविमीय आकृति का आकार कैसे व्यक्त करें? आकृति पर रखने के लिए सिक्कों, डाक टिकटों, कार्डबोर्ड के टुकड़ों आदि का उपयोग करें। बच्चों को यह पता लगाने दें कि जब रखने का पैमाना बदल जाता है तो आकार का नाम भी बदल जाता है। इससे मानक इकाई की आवश्यकता अनुभव करने में सहायता मिलेगी।

E16)एक गतिविधि सुझाइए।

E17)असमान आकृतियों का क्षेत्रफल निकालने के लिए ग्राफ पेपर का प्रयोग किया जा सकता है।

E18)खाली माचिसों से बच्चे खम्भों जैसी आकृतियाँ बनाएँ और माचिस की संख्या के आधार पर उनके आकार की तुलना करें। इससे उन्हें यह समझने में मदद मिलेगी, कि किसी आकृति का आकार सिर्फ ऊंचाई के आधार पर ही नहीं नापा जाता। छः माचिसों के उपयोग से निम्नांकित आकृतियाँ बनाए जा सकते हैं। (चित्र 33)।

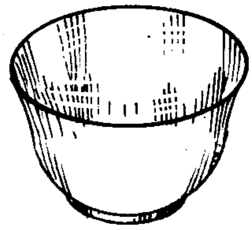


चित्र 33

E19)कार्डबोर्ड के खोके, खाली माचिसें, पत्थर, लोहे के टुकड़े, मग, जार, आदि वस्तुओं का उपयोग आयतन सिखाने के लिए किया जा सकता है।

E20)एक बर्तन में पानी भरकर उसे दूसरे में उड़ेलना या एक खोके में रेत भरकर दूसरे में उड़ेलना जैसी क्रियाएँ कक्षा 6 के बच्चों को मजेदार गतिविधियाँ लगेंगी और इनसे बच्चों को यह भी देखने में मदद मिलेगी कि बड़े बर्तन में अधिक वस्तु भरी जा सकती है।

E21)दी गई परिस्थिति से पता चलता है कि बच्चों में आयतन और धारिता को लेकर क्या–क्या भ्रम होते हैं। विकल्प 1 और 2 सही हैं।



चित्र 34

E22)सबसे पहला कदम तो यह स्पष्ट करना होगा कि बर्तन का आकार चाहे जैसा हो, उसमें समाने वाले तरल पदार्थ की मात्रा/आयतन वही रहता है। अवलोकन द्वारा या एक बर्तन का पदार्थ दूसरे में डालकर धारिताओं की तुलना करना अगला कदम है। इसके बाद क्रम आता है मानक इकाई के रूप में धारिता मापने का।

धारिता का अर्थ है कि कोई पात्र कितना धारण कर सकता है या उसमें कितना समा सकता है। आयतन का अर्थ है कि उस वस्तु में पदार्थ कितना है। लोहे के एक कटोरे की धारिता पानी का वह नाम है जो कटोरे को भरने में लगेगा और कटोरे का आयतन है उसे बनाने में लगे लोहे की मात्रा। (चित्र 34)।